2019年度　福井大学（前期）

医学部　試験時間：110 分

全問必答

1　複素数平面上で，点 z は方程式 $z\overline{z}+1=(1-2i)z+(1+2i)\overline{z}$ を満たす。ここで，$\overline{z}$ は z の共役複素数である。点 $w=4+5i$ を通る直線 ℓ と実軸とのなす角は $\dfrac{\pi}{4}$ であり，ℓ と実軸の交点 α の実部は 4 より大きい。このとき，以下の問いに答えよ。

(1)　α の値を求めよ。

(2)　方程式を満たす点 z で，ℓ との距離が最小になるものを求めよ。

(3)　方程式を満たす点 z で，実部と虚部がともに整数になるすべての点から無作為に 1 つ選ぶ。点 A はその点を出発して，表が出る確率が p である 1 枚の硬貨を投げて，表が出れば実軸方向に 1 だけ，表が出なければ虚軸方向に 1 だけ進むものとする。この硬貨を 4 回続けて投げたとき，点 A が直線 ℓ 上にある確率を求めよ。

2　変量 x のデータの値を x_1，…，x_n，変量 y のデータの値を y_1，…，y_n とする。変量 x の標準偏差を s_x，変量 y の標準偏差を s_y とする。また，変量 x と変量 y の相関係数を r とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1)　変量 x の最大値を $\max(x)$，最小値を $\min(x)$ とする。このとき，

$$s_x \leqq \max(x)-\min(x)$$

が成り立つことを示せ。さらに，等号成立の条件を調べよ。

(2)　変量 z のデータの値を $z_1=x_1-y_1$，…，$z_n=x_n-y_n$ とする。このとき，

$$r=\frac{{s_x}^2+{s_y}^2-{s_z}^2}{2s_xs_y}$$

が成り立つことを示せ。ただし，s_z は変量 z の標準偏差とする。

(3)　次の表は，ある運動部に所属する 10 名の身長（変量 x，単位 cm）と体重（変量 y，単位 kg）のデータ，および変量 x，変量 y，変量 $x-y$ の平均，分散，標準偏差を計算した結果である。ただし，$y_1<y_2$ とする。

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均	分散	標準偏差
身長 x	157	163	178	180	164	161	179	185	165	168	170	83.4	9.13
体重 y	y_1	y_2	63	77	61	63	70	79	62	65	65	64.8	8.05
$x-y$	$157-y_1$	$163-y_2$	115	103	103	98	109	106	103	103	105	19.0	4.36

①　y_1，y_2 の値をそれぞれ求めよ。

②　変量 x と変量 y の相関係数 r を求めて，このデータの傾向について説明せよ。なお，r の値は小数第 3 位を四捨五入して小数第 2 位まで求めよ。また，必要ならば，$9.13\times 8.05 \fallingdotseq 73.5$ を用いてもよい。

3　n を自然数とする。$f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$ とおく。このとき，以下の問いに答えよ。

(1)　$\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$ を求めよ。

(2)　$\displaystyle\int_{\frac{k}{n}}^{\frac{k+1}{n}} |\sin n\pi x|\,dx$ を求めよ。ただし，k は $0 \leqq k \leqq n-1$ を満たす整数とする。

(3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^1 f(x)|\sin n\pi x|\,dx$ を求めよ。

4　座標空間において，原点 O を重心とし，A$(-2,\ 0,\ 0)$ を頂点とする正三角形 ABC（ただし，B の y 座標は負）が xy 平面上にある。また P$(0,\ 0,\ 2\sqrt{2})$ を重心とし，D$(2,\ 0,\ 2\sqrt{2})$ を頂点とする正三角形 DEF（ただし，E の y 座標は正）が平面 $z=2\sqrt{2}$ 上にある。正四面体 PABC と正四面体 ODEF の共通部分としてできる立体を K とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1)　K を平面 $z=t$（$0 \leqq t \leqq \sqrt{2}$）で切った切り口の面積 $S(t)$ を求めよ。

(2)　K の体積を求めよ。

(3)　K の表面積を求めよ。

2019 年度　福井大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　$\alpha = 9$　(2)　$z = 1 + \sqrt{2} + (2 + \sqrt{2})i$　(3)　$\frac{1}{2}$

2

(1)　証明は省略，等号成立：x_i（$i = 1$，2，$\cdots$，n）がすべて等しい

(2)　証明は省略

(3)　① $y_1 = 50$，$y_2 = 60$　② $r = 0.88$，説明は省略

3

(1)　$\frac{\pi}{4}$　(2)　$\frac{2}{n\pi}$　(3)　$\frac{1}{2}$

4

(1)　$S(t) = \begin{cases} \frac{3\sqrt{3}}{8}t^2 & \left(0 \leqq t < \frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \\ \frac{3\sqrt{3}}{8}\left\{t^2 - 3\left(t - \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2\right\} & \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \leqq t \leqq \sqrt{2}\right) \end{cases}$

(2)　$\frac{4\sqrt{6}}{9}$　(3)　$4\sqrt{3}$