2020 年度　兵庫医科大学（前期）

医学部　　試験時間：90 分

全問必答

1　次の (1) から (3) までの各問いに答えよ。なお，途中の式や考え方等も記入すること。

(1)　正の整数 n に対して，以下の問いに答えよ。ただし，$0!=1$，$x^0=1$ とする。

(i)　次の関数を微分せよ。

$$y=\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k!}x^k$$

(ii)　次の定積分を求めよ。

$$\int_0^1 \frac{x^n}{\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k!}x^k}\,dx$$

(2)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ を満たす θ のどんな値に対しても，不等式 $\sin^2\theta+2k\cos\theta+k-2<0$ が成り立つような定数 k の値の範囲を求めよ。

(3)　次の場合について，4 個の玉を 6 つの箱に入れる方法は何通りあるか。

(i)　玉も箱も，それぞれ互いに区別できる。

(ii)　玉も箱も，それぞれ互いに区別できない。

(iii)　玉は互いに区別できるが，箱は互いに区別できない。

(iv)　玉は互いに区別できないが，箱は互いに区別できる。

(v)　上記 (d) において，さらに，1 つの箱に 1 つの玉しか入らない場合。

2 　複素数平面上で 3 点 A(α)，B(β)，C(γ) を頂点とする △ABC がある。辺 BC に関して点 A と反対側に点 D をとり辺 BC を一辺とする正三角形 BCD を △ABC の外側に作る。同様にして，辺 CA に関して点 B と反対側に点 E をとり辺 CA を一辺とする正三角形 CAE を，辺 AB に関して点 C と反対側に点 F をとり辺 AB を一辺とする正三角形 ABF を，それぞれ △ABC の外側に作る。△BCD，△CAE，△ABF の重心を，それぞれ，M，N，P とするとき，以下の問いに答えよ。なお，途中の式や考え方等も記入すること。

(1)　ある点 z を原点 O を中心に $\dfrac{\pi}{3}$ だけ回転した点を表す複素数を ωz とする。$\omega^2 = \omega - 1$ となることを示せ。

(2)　△DEF の重心を求めよ。

(3)　AD = BE = CF となることを示せ。

(4)　△MNP は正三角形となることを示せ。

3 　以下の問いに答えよ。なお，途中の式や考え方等も記入すること。

(1)　n を自然数として，次の不等式を証明せよ。

$$2 \leqq \left(1+\frac{1}{n}\right)^n < 3$$

(2)　次の 2 つの数の大小を，不等号を用いて表せ。

$300!$，100^{300}

(3)　次の 2 つの数の大小を，不等号を用いて表せ。

2020^{2020}，2021^{2019}

2020 年度　兵庫医科大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

（1）（a）$y' = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(k-1)!} x^{k-1} \left(= \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{k!} x^k \right)$　（b）$n! \left\{ 1 - \log \left(\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} \right) \right\}$

（2）$-2<k<\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

（3）（a）1296 通り　（b）5 通り　（c）15 通り　（d）126 通り　（d）15 通り

2

（1）証明は省略

（2）$\frac{\alpha+\beta+\gamma}{3}$

（3）証明は省略

（4）証明は省略

3

（1）証明は省略

（2）$100^{300}<300!$

（3）$2021^{2019}<2020^{2020}$