

2020 年度 宮崎大学 (前期)

医学部
試験時間 : 120 分

全問必答

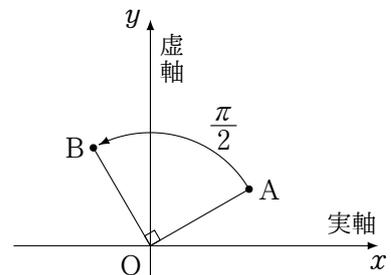
1 鋭角三角形 OAB における $\angle O$ の二等分線と辺 AB との交点を D, A から辺 OB に下ろした垂線の足を E, 線分 OD と線分 AE との交点を H とする。OA = x, OB = 1, $\angle AOB = \theta$ とし, $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$ とするとき,

$$\vec{OH} = s\vec{a} + t\vec{b}$$

となるような s, t のそれぞれを, x, θ を用いて表せ。

2

s, t を正の実数とする。i は虚数単位とする。複素数平面上で, 複素数 1 の表す点を P とし, $\alpha = s + ti$ の表す点を A とする。原点 O を中心として点 A を $\frac{\pi}{2}$ だけ回転した点を B とし, 点 P を中心として点 B を $-\frac{\pi}{2}$ だけ回転した点を C とする。2 点 B, C の表す複素数をそれぞれ β, γ とするとき, 次の各問に答えよ。



- (1) β, γ のそれぞれを, α を用いて表せ。
- (2) 点 C が直線 PA 上にあるとき, α を, s を用いて表せ。
- (3) $\triangle ACB$ の外接円の中心を表す複素数を w とする。点 C が直線 PA 上にあるとき, w を, s を用いて表せ。

3

$\triangle ABC$ における $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とし, A から D へのばした半直線と $\triangle ABC$ の外接円との交点を E とする。 $\angle BAD$ の大きさを θ とし, $BE = 3, \cos 2\theta = \frac{2}{3}$ とする。このとき, 次の各問に答えよ。

- (1) 線分 BC の長さを求めよ。
- (2) $\triangle BEC$ の面積を求めよ。
- (3) $AD : DE = 4 : 1$ のとき, 線分 AB, AC の長さを求めよ。ただし, $AB > AC$ とする。

4

原点を O とする座標平面上に 2 つの曲線

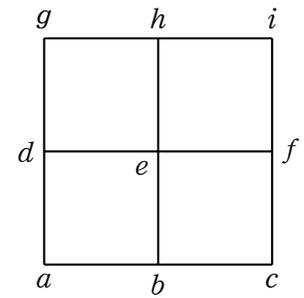
$$C_1 : \frac{x^2}{9} + y^2 = 1 (y \geq 0), \quad C_2 : \frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{2} = 1 (x > 0)$$

がある。 C_1 と y 軸との交点を E, C_2 と x 軸との交点を F とする。また, C_1 と C_2 は 1 点で交わる。その交点を G とする。このとき, 次の各問に答えよ。

- (1) 点 G の座標を求めよ。
- (2) 関数 $f(x) = x\sqrt{x^2 - 6} - 6 \log |x + \sqrt{x^2 - 6}|$ の導関数を求めよ。ただし, $\log x$ は x の自然対数を表す。
- (3) 2 つの曲線 C_1, C_2 および 2 つの線分 OE, OF で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

5 A と B は右図のような格子状の道を以下のように移動するゲームを行う。

- A と B は、このゲームにおいて a から i までの 9 つの点のいずれかにいる。
- 最初 A は点 a に、また B は点 i にいる。
- A と B は同時に出発し、1 秒毎に隣の点へ移動する。
- 1 回目の移動では、A と B のそれぞれは隣の点へ確率 $\frac{1}{2}$ で移動する。
- 2 回目以降の移動では、A と B のそれぞれは 1 秒前に自分がいた点以外の点へ等しい確率で移動する。ただし、移動できる点が 1 つの場合には、その点へ確率 1 で移動する。
- A と B がはち合せする (すなわち、A と B が同時に同じ点に到達する) と、このゲームは終了する。



例えば、A が出発から 1 秒後に点 b に、2 秒後に点 e にいて、B が出発から 1 秒後に点 f に、2 秒後に点 e にいたら、出発から 2 秒後に A と B は点 e ではち合せし、ゲームが終了する。

出発から 4 秒以内でゲームが終了する確率を求めよ。

2020 年度 宮崎大学 (前期)

医学部

(略解)

☞ 証明, 図示などは省略

1 $s = \frac{\cos \theta}{1 + \cos \theta}, t = \frac{x \cos \theta}{1 + \cos \theta}$

2

(1) $\beta = \alpha i, \gamma = 1 + \alpha + i$

(2) $\alpha = s + (s - 1)i$

(3) $w = 1 + (2s - 1)i$

3

(1) $\sqrt{30}$

(2) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

(3) $AB = 3\sqrt{6}, AC = 2\sqrt{6}$

4

(1) $G\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

(2) $f'(x) = 2\sqrt{x^2 - 6}$

(3) $S = \frac{\pi}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \log 2$

5

$\frac{49}{96}$