2020 年度　東邦大学（前期）

医学部　試験時間：90 分

全問必答

1　座標平面において，2 つの放物線 $y = x^2 + 2x - 2$，$y = -x^2 + 4x + 10$ は異なる 2 つの共有点をもつ。2 つの共有点を通る直線の方程式は $y = \boxed{\text{ア}}\,x + \boxed{\text{イ}}$ である。また，2 つの共有点および原点を通り，y 軸と平行な軸をもつ放物線の方程式は $y = \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}x^2 + \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}x$ である。

2　$\mathrm{AB} = 5$, $\mathrm{CA} = 7$ である $\triangle\mathrm{ABC}$ において，$\angle\mathrm{A}$ の二等分線と辺 BC との交点を D，$\angle\mathrm{B}$ の二等分線と辺 CA との交点を E，線分 AD と線分 BE との交点を F とする。$\mathrm{AF} : \mathrm{FD} = 3 : 1$ のとき，$\mathrm{BD} = \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であり，$\dfrac{\mathrm{BF}}{\mathrm{EF}} = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

3　実数 x, y, z が $x+y+z = 1$, $x^3+y^3+z^3 = 13$, $xyz = -2$ を満たすとき, $xy+yz+zx = \boxed{\text{サシ}}$, $x^4 + y^4 + z^4 = \boxed{\text{スセ}}$ である。

4　O を原点とする座標平面上に 2 点 A，B があり，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}} = 10$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AB}} = -15$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AB}} = -2$ が成り立つ。このとき，$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}| = \sqrt{\boxed{\text{アイ}}}$ であり，$\triangle\mathrm{OAB}$ の外接円の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

5　座標平面の第 1 象限において 2 つの曲線 $y = a\left(x + \dfrac{1}{x}\right)$，$x^2 + y^2 = 1$ が接するとき，定数 a の値は $a = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ であり，接点における接線の方程式は $\sqrt{\boxed{\text{ク}}}\,x + \boxed{\text{ケ}}\,y = \sqrt{\boxed{\text{コ}}}$ である。

6　$n + 4$ が 13 の倍数であり，$n + 13$ が 4 の倍数であるような自然数 n を 104 で割ったときの余りは $\boxed{\text{サシ}}$ または $\boxed{\text{スセ}}$ である。ただし，$\boxed{\text{サシ}} < \boxed{\text{スセ}}$ である。

7　変量 x の値は 1 から 10 までの自然数をとり得る。x についての n 個のデータの値 x_1，x_2，…，x_n が与えられたとき，k 個のデータの値 x_1，x_2，…，x_n（$1 \leqq k \leqq n$）の平均値を $\overline{x}_k$ と表す。

今，30 個のデータの値 x_1，x_2，…，x_{30} について，$\overline{x}_{27} = 8$ かつ $\overline{x}_{30} \geqq 8$ が成り立つとする。このとき，$x_{28} + x_{29} + x_{30}$ がとり得る最小の値は $\boxed{\text{ソタ}}$ である。また，3 個のデータの値 x_{28}，x_{29}，x_{30} の組を（x_{28}，x_{29}，x_{30}）と表すとき，（x_{28}，x_{29}，x_{30}）は全部で $\boxed{\text{チツ}}$ 組ある。

8　$S_n = \sum_{k=0}^{32} k^n {}_{32}\mathrm{C}_k$（$n = 0$，1）とする。$\log_2 S_0 = \boxed{\text{アイ}}$ であり，$\log_2 S_1 = \boxed{\text{ウエ}}$ である。

9　$\alpha = \dfrac{\pi}{4}$，$\beta = \dfrac{3}{4}\pi$ のとき，$\tan\dfrac{\alpha}{2} + \tan\dfrac{\beta}{2} = \boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ である。

$\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{x^2 - \sqrt{2}x + 1} = \frac{\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}\pi$ であり，$\displaystyle\int_0^1 \frac{x^2+1}{x^4+1}\,dx = \frac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}\pi$ である。

10　正の定数 a，b について，$x \geqq 0$ を満たすすべての実数 x に関する不等式 $0 \leqq a - \dfrac{1}{4+x} \leqq bx$ が成り立つ。このとき，b のとり得る最小の値は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ である。また，n を自然数として，

$$S_n = \frac{1}{4n^2+1} + \frac{2}{4n^2+2} + \frac{3}{4n^2+3} + \cdots + \frac{n-1}{4n^2+n-1} + \frac{n}{4n^2+n}$$

とするとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

2020 年度　東邦大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1 ア x + イ : $3x+4$　$\dfrac{\text{ウ}}{\text{エ}}x^2+\dfrac{\text{オ}}{\text{カ}}x$: $\dfrac{2}{3}x^2+\dfrac{7}{3}x$

2 $\dfrac{\text{キ}}{\text{ク}}$: $\dfrac{5}{3}$　$\dfrac{\text{ケ}}{\text{コ}}$: $\dfrac{9}{7}$

3 サシ : -6　スセ : 89

4 $\sqrt{\text{アイ}}$: $\sqrt{13}$　$\dfrac{\sqrt{\text{ウエ}}}{\text{オ}}$: $\dfrac{\sqrt{26}}{2}$

5 $\dfrac{\sqrt{\text{カ}}}{\text{キ}}$: $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　$\sqrt{\text{ク}}x+\text{ケ}\,y=\sqrt{\text{コ}}$: $\sqrt{2}x+2y=\sqrt{6}$

6 サシ : 35　スセ : 87

7 ソタ : 24　チツ : 84

8 アイ : 32　ウエ : 36

9 オ$\sqrt{\text{カ}}$: $2\sqrt{2}$　$\dfrac{\text{キ}\sqrt{\text{ク}}}{\text{ケ}}$: $\dfrac{3\sqrt{2}}{8}$　$\dfrac{\sqrt{\text{コ}}}{\text{サ}}$: $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

10 $\dfrac{\text{シ}}{\text{スセ}}$: $\dfrac{1}{16}$　$\dfrac{\text{ソ}}{\text{タ}}$: $\dfrac{1}{8}$