2021 年度　兵庫医科大学（前期）

医学部　試験時間：90 分

全問必答

1　次の (1) から (5) までの各問いに答えよ。なお，途中の式や考え方等も記入すること。

(1) 当たりが 5 本入ったくじがある。この中から 2 本のくじを同時に引くとき，2 本とも当たりである確率は $\dfrac{5}{39}$ である。はずれくじの本数を求めよ。

(2) 点 $(-1,\ 2,\ 3)$ を中心とする球が平面 $x=3$ と接しているとき，この球が平面 $y=4$ と交わってできる円の中心と半径を求めよ。

(3) 次の定積分を求めよ。

$$\int_{-1}^{0} \frac{x^5}{(x^3-1)^2}\,dx$$

(4) $\dfrac{7747}{8357}$ を約分せよ。

(5) $0 \leqq x < \pi$ のとき，関数 $y=\sqrt{3}\sin 2x + 2\sin^2 x - 2$ の最大値と最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

2　月利率 r （$0<r<1$）の複利 $^{(*)}$ で，m 万円を借り，これを y 月かかって返済するとき，毎月どれだけ支払えばよいかについて考える。毎月一定額 x 万円ずつ返済するとして，以下の問いに答えよ。なお，(1) と (2) 以外は途中の式や考え方を記入すること。

(*) 複利：元金によって生じた利子を元金に加えたものを次期の元金として利子を計算する方式

(1)　1 ヶ月後の元金と利子を考慮し，1 回目の返済後の残高を求めよ。

(2)　k 回目の返済後の残高を a_k 万円として，a_k と a_{k-1} との間に成り立つ関係式を r と x を用いて表せ。

(3)　(2) の漸化式を解き，y を r，x，m を用いて表せ。

(4)　(3) で得られた x と y の関係式を $y=f(x)$ とおく（r と m は定数とする）。関数 $y=f(x)$ の増減，および，グラフの凹凸を調べて，そのグラフをかけ。

(5)　1000 万円を年利 15% $\left(\text{月利率にして}\dfrac{15}{12}\%\right)$ で借りるとする。毎月 15 万円ずつ返済すると，返済し終わるのに何年何ヶ月かかるか。ただし，最終返済額は 15 万年以下になるものとする。また，必要があれば，$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ を用いよ。

3　3 辺の長さが $\mathrm{BC}=a$，$\mathrm{CA}=b$，$\mathrm{AB}=c$ である $\triangle\mathrm{ABC}$ において，辺 BC 上に点 D をとり，$\mathrm{BD}=m$，$\mathrm{CD}=n$，および $\mathrm{AD}=d$ とする。$\triangle\mathrm{ABC}$ の重心を G として，以下の問いに答えよ。なお，(1) 以外は途中の式や考え方を記入すること。

(1)　$\angle\mathrm{ADB}=\theta$ として，$\cos\theta$ の値を c，d，m を用いて表せ。

(2)　次のことを証明せよ。

$$b^2m+c^2n=a(d^2+mn)$$

(3)　AG の長さを a，b，c を用いて表せ。

(4)　$\angle\mathrm{BAC}$ の二等分線が辺 BC と交わる点を D' とする。もし，$\triangle\mathrm{ABC}$ が $\angle\mathrm{BAC}=90^\circ$ の直角三角形ならば，AD' の長さは b と c を用いて表せる。このときの AD' の長さを求めよ。

(5)　$\triangle\mathrm{ABC}$ の外接円の中心を O，その半径を R として，OG の長さを a，b，c および R を用いて表せ。

2021 年度　兵庫医科大学（前期）

医学部 （略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　8 本

(2)　中心：$(-1,\ 4,\ 3)$，半径：$2\sqrt{3}$

(3)　$\dfrac{1}{6}(1-2\log 2)$

(4)　$\dfrac{127}{137}$

(5)　最大値：$1\ \left(x=\dfrac{\pi}{3}\right)$，最小値：$-3\ \left(x=\dfrac{5}{6}\pi\right)$

2

(1)　$(1+r)m-x$（万円）

(2)　$a_k=(1+r)a_{k-1}-x$

(3)　$y=\log_{(1+r)}\dfrac{x}{x-mr}$

(4)　図示は省略

(5)　12 年 1 ヶ月

3

(1)　$\cos\theta=\dfrac{d^2+m^2-c^2}{2dm}$

(2)　証明は省略

(3)　$\mathrm{AG}=\dfrac{1}{3}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$

(4)　$\mathrm{AD}'=\dfrac{\sqrt{2}bc}{b+c}$

(5)　$\mathrm{OG}=\sqrt{R^2-\dfrac{a^2+b^2+c^2}{9}}$