

**2021 年度 東京医科大学（前期）****医学部**

試験時間：60 分

📖 全問必答

**1**

- (1) 正の整数  $m$  と  $n$  について等式  $\frac{2}{\sqrt{6} + \sqrt{35}} = \sqrt{m} - \sqrt{n}$  が成立するとき、 $m =$   である。
- (2) すべての面が四角形となっている凸多面体  $P$  について考える。凸多面体  $P$  の面の数が 29 のとき、 $P$  の辺の数は  であり、 $P$  の頂点の数は  である。
- (3) 文字  $x$  についての多項式  $A$  は  $x^3 - 2x^2 + 3$  で割ると  $4x^2 + 5x + 33$  余る。このとき  $A$  を  $x^2 - 3x + 3$  で割った余りは   $x +$   である。
- (4) 整数  $n$  は 9 で割ると 4 余り、11 で割ると 7 余る。このとき  $n$  を 99 で割った余りは  である。
- (5) 関数  $f(x) = -|x|^{\sqrt{6}}$  の  $x = \sqrt{6} \cdot f(\sqrt{6})$  における微分係数は  
 $f'(\sqrt{6} \cdot f(\sqrt{6})) =$
- である。

**2** 関数  $f(x) = 3 \cos \frac{x}{9} + 4 \sin \frac{x}{12}$  について考える。関数  $3 \cos \frac{x}{9}$  のすべての正の周期からなる集合を  $A$  とする。すなわち、

$$A = \left\{ p \mid p > 0 \text{ かつ すべての実数 } x \text{ について } 3 \cos \frac{x+p}{9} = 3 \cos \frac{x}{9} \right\}$$

とする。同様に、関数  $4 \sin \frac{x}{12}$  のすべての正の周期からなる集合を  $B$  とし、 $f(x)$  のすべての正の周期からなる集合を  $C$  とする。

集合  $A$  の要素のうち最小の要素は **アイ**  $\pi$  である。また、集合  $A \cap B$  の要素のうち最小の要素を  $p_0$  とすると  $p_0 =$  **ウエ**  $\pi$  である。

集合  $A \cap B$  の要素  $p$  については、すべての実数  $x$  について

$$3 \cos \frac{x+p}{9} = 3 \cos \frac{x}{9} \text{ かつ } 4 \sin \frac{x+p}{12} = 4 \sin \frac{x}{12}$$

が成立するので、すべての実数  $x$  について

$$f(x+p) = 3 \cos \frac{x+p}{9} + 4 \sin \frac{x+p}{12} = 3 \cos \frac{x}{9} + 4 \sin \frac{x}{12} = f(x)$$

が成立し、 $p \in C$  となる。したがって、 $A \cap B$  **(あ)**  $C$  が示された。

関数  $f(x)$  の最大値を  $M$  とすると  $M =$  **オ** であり、 $f(x) = M$  となる最小の正の実数  $x$  を  $c$  とすると  $c =$  **カキ**  $\pi$  である。また  $f(a) = M$  となる実数  $a$  に対して整数  $k$  があり  $a = c + kp_0$  となるので  $A \cap B = C$  が成立する。

(問) つぎの ①~⑨ の記号のうち、上記の空欄 **(あ)** に当てはまる最も適当な記号は **ク** である。

- |          |             |             |                 |           |
|----------|-------------|-------------|-----------------|-----------|
| ① $\cap$ | ② $\cup$    | ③ $\leq$    | ④ $\geq$        | ⑤ $\in$   |
| ⑥ $\ni$  | ⑦ $\subset$ | ⑧ $\supset$ | ⑨ $\Rightarrow$ | ⑩ $\perp$ |

**3** 平面上に三点  $O, A, B$  があり

$$OA = 7, OB = 8, AB = 9$$

となっている。

正の実数  $t$  に対して動点  $P$  を

$$\vec{OP} = t\vec{OA} + \frac{1}{t}\vec{OB}$$

となる点とし、点  $P$  から直線  $OA$  に下ろした垂線と直線  $OA$  との交点を  $Q$  とする。

(1) ベクトル  $\vec{OA}$  とベクトル  $\vec{OB}$  の内積は  $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \boxed{\text{アイ}}$  である。

(2) 線分  $OP$  の長さの最小値は  $\boxed{\text{ウエ}}$  である。

(3) 線分  $OQ$  の長さの最小値は  $\boxed{\text{オ}}$  である。

**4** 四次方程式

$$x^4 + 11x^3 + 31x^2 + 11x + 1 = 0$$

(\*)

について考える。 $x = 0$  は解ではないので、解  $x$  に対して  $y = x + \frac{1}{x}$  とおくと等式

$$y^2 + \boxed{\text{アイ}}y + \boxed{\text{ウエ}} = 0$$

が成立する。四次方程式 (\*) の四つの解を  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  とすると

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\delta} = \boxed{\text{オカキ}}$$

であり

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = \boxed{\text{クケ}}$$


であり

$$\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 + \delta^3 = \boxed{\text{コサシス}}$$

である。

**2021年度 東京医科大学（前期）****医学部**

（略解）

 証明，図示などは省略**1**

(1) アイ : 14

(2) ウエ : 58 オカ : 31

(3) キク : 17 ケコ : 21

(4) サシ : 40

(5) スセソ : 216

**2**

アイ : 18 ウエ : 72 オ : 7 カキ : 54 ク : ⑥

**3**

アイ : 16 ウエ : 12 オ : 8

**4**

アイ : 11 ウエ : 29 オカキ : -11 クケ : 59 コサシス : -341