2022年度　兵庫医科大学（前期）

医学部　試験時間：90 分　　全問必答

1　次の (1) から (5) までの各問いに答えよ。なお，途中の式や考え方等も記入すること。

(1)　次の式を簡単にせよ。

$$(\log_2 40)^2 - \frac{\log_2 10}{\log_{160} 2}$$

(2)　A と B の 2 つの袋がある。A には赤球が 2 個と白球が 2 個入っており，B には赤球が 1 個と白球が 3 個入っている。今いずれかの袋から 1 個，球を取り出したところ，赤球であった。それが袋 A から取り出された確率と袋 B から取り出された確率を，それぞれ求めよ．ただし，いずれの袋を選ぶのかは同様に確からしいとする。

(3)　△ABC の辺 BC，CA，AB 上に，それぞれ点 P，Q，R を

$$\frac{\mathrm{PC}}{\mathrm{BP}} = \frac{\mathrm{QA}}{\mathrm{CQ}} = \frac{\mathrm{RB}}{\mathrm{AR}} = \frac{1}{3}$$

を満たすようにとる。さらに，線分 AP と BQ，線分 BQ と CR，線分 CR と AP の交点をそれぞれ，D，E，F とする。

(i)　$\dfrac{\mathrm{PF}}{\mathrm{FA}}$ を求めよ。

(ii)　$\dfrac{\mathrm{PD}}{\mathrm{DA}}$ を求めよ。

(4)　実数 x，y が $4x^2 + 9y^2 = 36$ を満たして変化するとき，$x + y$ の最大値を求めよ。また，そのときの x と y の値をそれぞれ求めよ。

(5)　19 で割ると 2 余り，21 で割ると 5 余る，4 桁の自然数の中で最小のものを求めよ。

2　以下の問いに答えよ。なお，途中の式や考え方等も記入すること．ただし，(2) はグラフのみでよい。

(1)　a，b を実数として，不等式 $|a|+|b| \geqq |a-b|$ を証明せよ。また，等号が成り立つのはどのようなときか。

(2)　実数 x の関数 $f(x)=|2x-1|$ について，$f_1(x)=f(x)$，$f_2(x)=f(f_1(x))$，$f_3(x)=f(f_2(x))$ と定める。関数 $y=f_3(x)$ のグラフをかけ。

(3)　任意の実数 t について，実数 x の関数 $f(x)=|x-1|+|x-2|+|x-t|$ は常に $f(x) \geqq 1$ であることを証明せよ。

(4)　実数 x の関数 $f(x)=\sum_{k=1}^{N}|x-k|$ について，この関数の最小値を求めよ。また，そのときの x を求めよ。ただし，N は自然数とする。

3　以下の問いに答えよ。なお途中の式や考え方等も記入すること。

(1)　次の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{エ}}$ に適当な数を入れよ。

$$\cos 3\alpha = \boxed{\text{ア}}\cos\alpha + \boxed{\text{イ}}\cos^3\alpha,\quad \sin 3\alpha = \boxed{\text{ウ}}\sin\alpha + \boxed{\text{エ}}\sin^3\alpha$$

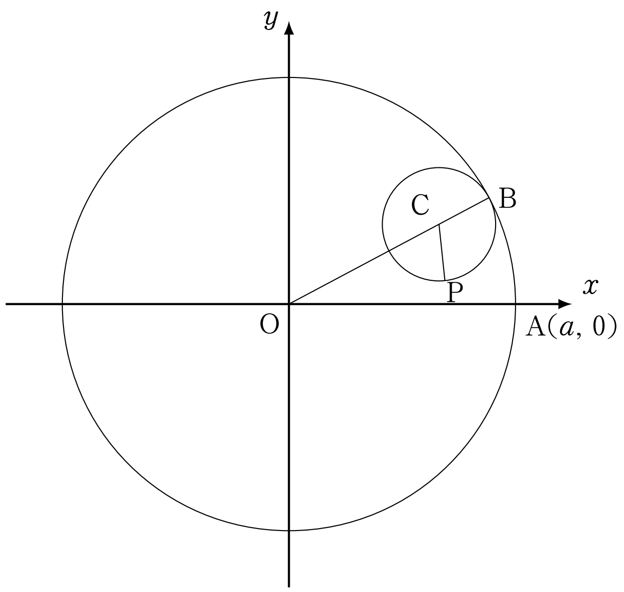
下図のように，原点 O を中心として，半径 a の円 O が固定されている。半径 $b(<a)$ の円 C が円 O に内接しながらすべることなく時計の針と同じ向きに回り，円 C の中心 C は O の回りに時計の針と反対向きに回転していく。はじめに円 C の中心 C は点 $(a-b,\ 0)$ にあるものとし，このとき，円 O 上の点 $\mathrm{A}(a,\ 0)$ に重なっている円 C 上の点を P とする。円 C が回転して，$\angle\mathrm{COA}=\theta$ となったときの点 P の座標を $(x,\ y)$ とする。

(2)　円 O と円 C の接点を B とする。このとき，$\angle\mathrm{BCP}$ の大きさを求めよ。

(3)　x と y を，それぞれ，a，b および θ を用いて表せ。

(4)　$a:b=4:1$ の関係があるとする。このとき，θ を消去して，x と y の間に成り立つ関係式を求めよ。また，点 P のえがく曲線の長さを a で表せ。ただし，$0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ とする。

(5)　$a:b=3:1$ の関係があるとする。このとき，$0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ として，点 P のえがく曲線の長さを a で表せ。また，この曲線で囲まれた部分の面積を a で表せ。



2022 年度　兵庫医科大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　4

(2)　$\dfrac{1}{3}$

(3)

(i)　$\dfrac{1}{12}$　　(ii)　$\dfrac{9}{4}$

(4)　$(x,\ y)=\left(\dfrac{9}{\sqrt{13}},\ \dfrac{4}{\sqrt{13}}\right)$

(5)　1370

2

(1)　証明は省略。等号は $ab \leqq 0$ のとき成立する。

(2)　図示は省略

(3)　証明は省略

(4)　最小値：$\begin{cases} N \text{ が奇数のとき，} \dfrac{N^2-1}{4} & \left(x=\dfrac{N+1}{2}\right) \\ N \text{ が偶数のとき，} \dfrac{N^2}{4} & \left(\dfrac{N}{2} \leqq x \leqq \dfrac{N+2}{2}\right) \end{cases}$

3

(1)　ア．-3　イ．4　ウ．3　エ．-4

(2)　$\angle \mathrm{BCP}=\dfrac{a}{b}\theta$

(3)　$\begin{cases} x=(a-b)\cos\theta+b\cos\left(\dfrac{a}{b}-1\right)\theta \\ y=(a-b)\sin\theta-b\sin\left(\dfrac{a}{b}-1\right)\theta \end{cases}$

(4)　$x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$，曲線の長さ：$6a$

(5)　曲線の長さ：$\dfrac{16}{3}a$，面積：$\dfrac{2}{9}a^2\pi$