

2022 年度 国際医療福祉大学 (前期)

医学部
試験時間：80 分

全問必答

1 次の文章中のア～ネに適する符号または数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

- (1) x を実数とし、三角形 ABC は、 $AB = x$, $BC = x + 4$, $CA = x + 2$ を満たすとする。三角形 ABC が鈍角三角形であるとき、 x のとり得る値の範囲は、

$$\boxed{\text{ア}} < x < \boxed{\text{イ}}$$

である。

また、三角形 ABC の 3 つの内角のうち最大の角の大きさを θ とすると、 $x = 4$ のとき、

$$\tan \theta = \boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エオ}}}$$

である。

- (2) x の 3 次方程式 $3x^3 - 6x^2 - 9x + 1 = 0$ の解を α , β , γ とする。このとき、

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = \boxed{\text{カキ}},$$

$$\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = \boxed{\text{クケ}},$$

$$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2} = \boxed{\text{コサ}}$$

である。

- (3) 18^{50} は $\boxed{\text{シス}}$ 桁の整数であり、 18^{50} の最高位の数字は $\boxed{\text{セ}}$ である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

- (4) xy 平面上に、楕円 $E: 4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$ がある。

E の長軸の長さは $\boxed{\text{ソ}}$, E の短軸の長さは $\boxed{\text{タ}}$, E の焦点の座標は $(\boxed{\text{チ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}, \boxed{\text{テ}})$ である。

E 上の点と直線 $y = \frac{1}{3}x + 5$ の距離の最小値は、

$$\sqrt{\boxed{\text{トナ}}} - \frac{\boxed{\text{ニ}} \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}}$$

である。

2 次の文章中のア～ネに適する符号または数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

$a = 1800$, $b = 113400$ とする。

(1) $N = a + b$ とする。

(i) a , b の正の約数の個数はそれぞれ, , である。また, a と b の最大公約数は である。

(ii) N の正の約数の個数は である。

(iii) k を正の整数とする。 a , b , N のすべてが k で割り切れるような k は全部で 個ある。

(iv) l を正の整数とする。 N が l で割り切れ, かつ, a と b がともに l で割り切れないような l は全部で 個あり, このうちの最小の l の値は である。

(2) m を正の整数とする。 a と m の最小公倍数が b であるような m は全部で 個あり, このうちの最小の m の値は である。

(3) n を 240000 以下の正の整数とする。 b と n の最大公約数が a であるような n は全部で 個ある。

3 次の文章中のア～ノに適する符号または数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし、ク , コ , シ , ソ , チ , 又 は適するものを下の選択肢から選べ。

n を正の整数とし、数列 $\{a_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) は、次の条件を満たすとする。

$$a_1 = 3, \begin{cases} a_{n+1} = 3a_n & (n \text{ が奇数のとき}) \\ a_{n+1} = a_n + 3^{n+1} & (n \text{ が偶数のとき}) \end{cases}$$

(1) $a_3 =$ アイ , $a_4 =$ ウエオ である。

(2) $c_n = a_{2n-1}$ とおくと、

$$c_{n+1} =$$
 カ $c_n +$ キ^ク

であるから、数列 $\{c_n\}$ の一般項は、

$$c_n = \frac{1}{2} \left(\text{ケ}^{\text{コ}} - \text{サ}^{\text{シ}} \right)$$

である。

(3) $S_n = \sum_{k=1}^{2n} a_k$ とおくと、

$$S_n = \frac{1}{\text{ス}} \cdot \text{セ}^{\text{ソ}} - \text{タ}^{\text{チ}} + \frac{\text{ツ}}{\text{テ}}$$

である。

(4) $T_n = \sum_{k=1}^n \frac{k \cdot a_{2k-1}}{3^k}$ とおくと、

$$T_n = \frac{1}{\text{ト}} \left\{ (\text{ナ} n - 1) \cdot \text{ニ}^{\text{又}} - \text{ネ} n(n+1) + \text{ノ} \right\}$$

である。

[ク , コ , シ , ソ , チ , 又 の選択肢]

- | | | | |
|------------|------------|------------|-----------|
| ① $2n - 1$ | ② $n - 1$ | ③ n | ④ $n + 1$ |
| ⑤ $n + 2$ | ⑥ $2n + 1$ | ⑦ $2n + 3$ | ⑧ $3n$ |

4 次の文章中のア～ノに適する符号または数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

xyz 空間に 2 点 $P((2-p)^2, 0, 0)$, $Q(0, p^2, 4)$ がある。変数 p が $-2 \leq p \leq 2$ の範囲を変化するとき、線分 PQ が動いてできる曲面と平面 $y = z$ で囲まれてできる立体を K とする。

線分 PQ と平面 $\alpha : z = t$ ($0 < t < 4$) の交点を R とする。 R の座標を (x_r, y_r, z_r) とすると、

$$x_r = \frac{\text{ア}}{\text{イ}} \left(\text{ウ} - t \right) \left(\text{エ} - p \right)^2, \quad y_r = \frac{\text{オ}}{\text{カ}} t p^2, \quad z_r = t$$

である。

ここで、 p が $-2 \leq p \leq 2$ の範囲を変化するとき、 x_r のとり得る値の範囲は、

$$\text{キ} \leq x_r \leq \text{ク} \left(\text{ケ} - t \right)$$

である。

$-2 \leq p \leq 2$ のとき、 y_r を x_r, t を用いて表すと、

$$y_r = t \left(\text{コ} - \sqrt{\frac{x_r}{\text{サ} - t}} \right)^2$$

である。

$0 < t < 4$ のとき、

$$a = \text{キ}, \quad b = \text{ク} \left(\text{ケ} - t \right), \quad f(x) = t \left(\text{コ} - \sqrt{\frac{x}{\text{サ} - t}} \right)^2$$

とおくと、

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{1}{\text{シ}} \left(\text{スセ} t - \text{ソ} t^{\text{タ}}$$

である。

また、 K を平面 α で切った断面積を $S(t)$ とすると、

$$S(t) = \frac{1}{\text{チ}} \left(\text{ツテ} t - \text{ト} t^{\text{ニ}}$$

であるから、 K の体積は $\frac{\text{ニヌネ}}{\text{ノ}}$ である。

2022年度 国際医療福祉大学 (前期)

医学部

(略解)

📖 証明, 図示などは省略

1

(1) ア : 2 イ : 6 ウ $\sqrt{\text{エオ}} : -\sqrt{15}$

(2) カキ : 10 クケ : 25 コサ : 93

(3) シス : 63 セ : 5

(4) ソ : 6 タ : 4 チ $\pm \sqrt{\text{ツ}} : 1 \pm \sqrt{5}$ テ : 2 $\sqrt{\text{トナ}} : 10$ $\frac{\text{ニ}\sqrt{\text{ヌ}}}{\text{ネ}} : \frac{3\sqrt{2}}{2}$

2

(1) (i) アイ : 36 ウエオ : 120 カキクケ : 1800 (ii) コサ : 90

(iii) シス : 36 (iv) セソ : 54 タチ : 16

(2) ツテ : 12 トナニ : 567

(3) ヌネ : 76

3

(1) アイ : 36 ウエオ : 108

(2) カ : 3 キ^ク : 3^⑥ ケ^コ : 9^③ サ^シ : 3^③

(3) ス : 4 セ^ソ : 9^④ タ^チ : 3^④ $\frac{\text{ツ}}{\text{テ}} : \frac{3}{4}$

(4) ト : 8 ナ : 2 ニ^ヌ : 3^④ ネ : 2 ノ : 3

4 $\frac{\text{ア}}{\text{イ}} : \frac{1}{4}$ ウ : 4 エ : 2 $\frac{\text{オ}}{\text{カ}} : \frac{1}{4}$

キ : 0 ク : 4 ケ : 4 コ : 1 サ : 4 シ : 3 スセ : 16 ソ^タ : 4² チ : 3 ツテ : 32 ト^ナ : 8² $\frac{\text{ニ}\sqrt{\text{ヌ}}}{\text{ネ}} :$
 $\frac{256}{9}$