2022 年度　川崎医科大学（前期）

医学部　　試験時間：80 分　　全問必答

1　関数 $f(x)=x^2$ がある。

(1)　a を定数とし，放物線 $y=f(x)$ と直線 $y=a(x-1)$ が異なる 2 点 A，B で交わっている。

(i)　a のとり得る値の範囲は $a<$ $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ $<a$ である。

(ii)　a が変化するとき，線分 AB の中点の軌跡は，放物線

$$y=\boxed{\text{ウ}}x^2-\boxed{\text{エ}}x \text{ の } x<\boxed{\text{オ}},\ \boxed{\text{カ}}<x$$

の部分である。

(iii)　点 $(x,\ y)$ が (ii) で求めた軌跡上を動くとき，$k=\dfrac{y+8}{x-1}$ のとり得る値の範囲は不等式 $\boxed{\text{キ}}$ で表され，$p=-\boxed{\text{ク}}$，$q=\boxed{\text{ケコ}}$ である。

$\boxed{\text{キ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～⑤ から一つ選べ。

⓪ $k<p,\ q<k$　　① $k\leqq p,\ q<k$　　② $k<p,\ q\leqq k$

③ $k\leqq p,\ q\leqq k$　　④ $p<k<q$　　⑤ $p\leqq k\leqq q$

(2)　原点を O とし，放物線 $y=f(x)$ 上の点 C$(1,\ 1)$ における接線を ℓ とする。直線 OC の上側および直線 OC 上の点の集合を D_1，直線 ℓ の下側および直線 ℓ 上の点の集合を D_2 とし，領域 D を $D=D_1\cap D_2$ とする。

(i)　直線 ℓ の方程式は $y=\boxed{\text{サ}}x-\boxed{\text{シ}}$ である。

(ii)　b を 0 以上の定数とし，点 $(x,\ y)$ が領域 D を動くとき，$bxy-(x+y)$ の最小値が -2 となるような b の値は $\boxed{\text{ス}}$ である。$\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～⑥ から一つ選べ。

⓪ 0　　① $\dfrac{1}{2}$　　② 3

③ $9-6\sqrt{2}$　　④ $9+6\sqrt{2}$

⑤ $6-2\sqrt{3}$　　⑥ $6+2\sqrt{3}$

また，$bxy-(x+y)$ の最小値が -2 となるような $x,\ y$ の値をそれぞれ $\alpha,\ \beta$ とするとき，$4\alpha^2-4\beta$ の値は $\boxed{\text{セ}}$ である。

2　数列 $\{a_n\}$ は $a_1=\dfrac{2}{7}$，$a_2=\dfrac{10}{7}$，$a_{n+2}-2a_{n+1}+a_n=\dfrac{6}{7}(n+1)$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ を満たしている。

(1)　$a_3=\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

(2)　$a_{n+1}-a_n=b_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ とおくと，数列 $\{b_n\}$ の一般項は

$$b_n=\frac{1}{\boxed{\text{エ}}}\left(\boxed{\text{オ}}\,n^2+\boxed{\text{カ}}\,n+\boxed{\text{キ}}\right)$$

である。

(3)　p，q，r，s を定数として，$a_n=pn^3+qn^2+rn+s$ と表すと，$p=\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$，$q=\boxed{\text{コ}}$，$r=\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$，$s=\boxed{\text{ス}}$ である。

(i)　$n\geqq 2$ のとき，

$$\sum_{k=2}^{n}\frac{3k+7}{7a_k-2k}=\boxed{\text{セ}}-\frac{\boxed{\text{ソ}}}{n}+\frac{\boxed{\text{タ}}}{n+\boxed{\text{チ}}}$$

$$\sum_{k=2}^{\infty}\frac{3k+7}{7a_k-2k}=\boxed{\text{ツ}}$$

である。

(ii)　実数 x に対して，x を超えない最大の整数を $[x]$ で表す。このとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{19}[a_k]=\boxed{\text{テトナニ}}$ である。また，$20\leqq\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=1}^{n}[a_k]\leqq 22$ となるような n の値の範囲は $\boxed{\text{ヌネ}}\leqq n\leqq\boxed{\text{ノハ}}$ である。

3

(1)　関数 $f(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$ $(x\geqq 0)$ がある。ただし，e は自然対数の底とする。

(i)　$f(x)$ の最小値は $\boxed{\text{ア}}$ であり，$\{f(x)\}^2-\{f'(x)\}^2=\boxed{\text{イ}}$ である。

(ii)　$f(x)$ の逆関数を $g(x)$ とするとき，$g'(x)=\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\sqrt{x^{\boxed{\text{エ}}}-\boxed{\text{オ}}}}$ であり，関数 $\dfrac{x}{g'(x)}-g(x)$ の導関数は $\boxed{\text{カ}}\sqrt{x^{\boxed{\text{キ}}}-\boxed{\text{ク}}}$ である。

(2)　関数 $h(x)=\sqrt{\dfrac{4x^2-1}{5}}$ $\left(x\geqq\dfrac{1}{2}\right)$ があり，曲線 $y=h(x)$ を C とする。また，$p>\dfrac{1}{2}$ のとき曲線 C 上の点 $\mathrm{P}(p,\ h(p))$ における接線を ℓ とする。

(i)　直線 ℓ の傾きを m とするとき，m のとり得る値の範囲は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}<m$ である。

(ii)　$q=h(p)$ とし，直線 ℓ と y 軸の交点を Q とする。点 Q の y 座標を q を用いて表すと $-\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}\,q}$ である。また，線分 PQ の長さの最小値は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ であり，そのときの点 P の座標は $\left(\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{タチ}}}}{\boxed{\text{ツ}}},\ \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{テト}}}}{\boxed{\text{ナニ}}}\right)$ である。

(iii)　$p=1$ のとき，曲線 C，x 軸および直線 ℓ で囲まれた部分の面積は

$$\frac{\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}{\boxed{\text{ネノ}}}\left\{\log\left(\boxed{\text{ハ}}+\sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}\right)-\frac{\sqrt{\boxed{\text{フ}}}}{\boxed{\text{ヘ}}}\right\}$$

である。

2022 年度　川崎医科大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　(i) ア：0，イ：4

(ii) ウ x^2 − エ x：$2x^2-2x$　オ：0　カ：2

(iii) キ：③　ク：6　ケコ：10

(2)　サ x − シ：$2x-1$　ス：③　セ：2

2

(1)　$\dfrac{\text{アイ}}{\text{ウ}}$：$\dfrac{30}{7}$

(2)　$\dfrac{1}{\text{エ}}(\text{オ}\,n^2+\text{カ}\,n+\text{キ})$：$\dfrac{1}{7}(3n^2+3n+2)$

(3)　$\dfrac{\text{ク}}{\text{ケ}}$：$\dfrac{1}{7}$　コ：0　$\dfrac{\text{サ}}{\text{シ}}$：$\dfrac{1}{7}$　ス：0

(i) $\text{セ}-\dfrac{\text{ソ}}{n}+\dfrac{\text{タ}}{n+\text{チ}}$：$4-\dfrac{5}{n}+\dfrac{2}{n+1}$　ツ：4

(ii) テトナニ：5176　ヌネ：47　ノハ：52

3

(1)　(i) ア：1　イ：1

(ii) $\dfrac{\text{ウ}}{\sqrt{x^{\text{エ}}-\text{オ}}}$：$\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$　$\text{カ}\sqrt{x^{\text{キ}}-\text{ク}}$：$2\sqrt{x^2-1}$

(2)　(i) $\dfrac{\text{ケ}\sqrt{\text{コ}}}{\text{サ}}$：$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

(ii) $\dfrac{\text{シ}}{\text{ス}}$：$\dfrac{1}{5}$　$\dfrac{\sqrt{\text{セ}}}{\text{ソ}}$：$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　$\dfrac{\sqrt{\text{タチ}}}{\text{ツ}}$：$\dfrac{\sqrt{15}}{6}$　$\dfrac{\sqrt{\text{テト}}}{\text{ナニ}}$：$\dfrac{\sqrt{30}}{15}$

(iii) $\dfrac{\sqrt{\text{ヌ}}}{\text{ネノ}}\left\{\log(\text{ハ}+\sqrt{\text{ヒ}})-\dfrac{\sqrt{\text{フ}}}{\text{ヘ}}\right\}$：$\dfrac{\sqrt{5}}{20}\left\{\log(2+\sqrt{3})-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right\}$