2022 年度　東邦大学（前期）

医学部　　試験時間：90 分

全問必答

1　座標平面上の楕円 $\dfrac{x^2}{104^2}+\dfrac{y^2}{40^2}=1$ について，2 つの焦点の座標は $\left(\boxed{アイ},\ 0\right)$ および $\left(-\boxed{アイ},\ 0\right)$ であり，楕円上の点から 2 つの焦点までの距離の和は $\boxed{ウエオ}$ である。

2　座標平面上の 2 つの放物線 $y=x^2+3x+4k+3$，$y=x^2-2kx-3$ は共有点を 1 つだけもつ。その共有点が x 軸上の点であるとき，定数 k の値は $k=\dfrac{\boxed{カキ}}{\boxed{ク}}$ であり，共有点の座標は $\left(\boxed{ケコ},\ 0\right)$ である。

3　$0\leqq x\leqq 1$ で定義された関数 $f(x)$ は，$f(x)=x\sqrt{1-x}+x^2\displaystyle\int_0^1 f(t)\,dt$ を満たす。
このとき，$\displaystyle\int_0^1 x\sqrt{1-x}\,dx=\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シス}}$ となるから，$\displaystyle\int_0^1 f(t)\,dt=\dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}$ である。

4　横一列に並べられた 5 枚のカードから任意に 2 枚のカードを選び，その 2 枚のカードを入れ替えるという操作を考える。今，左から順に青いカードを 2 枚，白いカードを 3 枚並べ，この操作を n 回繰り返したときに左端が青いカードである確率を P_n とする。このとき，$P_1=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$ であり，$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ に対して $P_{n+1}=\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}P_n+\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ が成り立つ。

5　座標空間において，$\mathrm{P}(1,\ 0,\ 0)$，$\mathrm{Q}(0,\ 1,\ 0)$，$\mathrm{R}(0,\ 0,\ 1)$ を頂点とする $\triangle\mathrm{PQR}$ の内接円を C とする。このとき，C の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{ク}}}{\boxed{ケ}}$ である。また，原点を通る球面 S があり，S と平面 PQR が交わってできる円が C となるとき，S の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サ}}$ である。

6　等差数列 14, 11, 8, $\cdots$, -19, -22 を考える。この数列から異なる 2 つの項を選びとる方法は $\boxed{シス}$ 通りある。また，この数列から異なる 2 つの項を選びとって積を作るとき，このようにしてできた $\boxed{シス}$ 個の積の和は $\boxed{セソタ}$ である。

7　a を実数とし，x の 3 次方程式 $2x^3-3x^2+2(a-1)x+a=0$ の 3 つの解に対応する複素数平面上の点を考える。この 3 点を頂点とする三角形が，直角三角形となるのは $a=\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ のときであり，正三角形となるのは $a=\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ のときである。

8　△ABC が $\dfrac{\sin A}{2}=\dfrac{\sin B}{3}=\dfrac{\sin C}{4}$ を満たすとき，$\cos A=\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。また，△ABC の外接円および内接円の半径をそれぞれ R，r とすると $\dfrac{r}{R}=\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ が成り立つ。

9　2 つの正の実数 α，β が $3\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{2}$ を満たすとき，$\tan(\alpha+\beta)$ の値の範囲は

$\tan(\alpha+\beta)>\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ であり，$5\tan(\alpha+\beta)+4\tan(\alpha-\beta)$ のとり得る最小の値は $\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ である。

10　e を自然対数の底とし，実数全体で定義された関数 $g(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$ の逆関数を $f(x)$ とする。このとき，$f'(2)=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。また，$f'(x)$ の定義域に含まれるすべての実数 y，z について，不等式 $\left|f'(y)-f'(z)\right|\leqq a\left|y-z\right|$ を成り立たせるような正の実数 a で最小のものは $\dfrac{\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

2022 年度　東邦大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1 アイ：96　ウエオ：208

2 $\dfrac{\text{カキ}}{\text{ク}}$：$\dfrac{-1}{4}$　ケコ：-2

3 $\dfrac{\text{サ}}{\text{シス}}$：$\dfrac{4}{15}$　$\dfrac{\text{セ}}{\text{ソ}}$：$\dfrac{2}{5}$

4 $\dfrac{\text{ア}}{\text{イウ}}$：$\dfrac{7}{10}$　$\dfrac{\text{エ}}{\text{オ}}$：$\dfrac{1}{2}$　$\dfrac{\text{カ}}{\text{キ}}$：$\dfrac{1}{5}$

5 $\dfrac{\sqrt{\text{ク}}}{\text{ケ}}$：$\dfrac{\sqrt{6}}{6}$　$\dfrac{\sqrt{\text{ク}}}{\text{ケ}}$：$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

6 シス：78　セソタ：429

7 $\dfrac{\text{アイ}}{\text{ウ}}$：$\dfrac{13}{4}$　$\dfrac{\text{エ}}{\text{オ}}$：$\dfrac{7}{4}$

8 $\dfrac{\text{カ}}{\text{キ}}$：$\dfrac{7}{8}$　$\dfrac{\text{ク}}{\text{ケコ}}$：$\dfrac{5}{16}$

9 $\dfrac{\sqrt{\text{サ}}}{\text{シ}}$：$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　ス$\sqrt{\text{セ}}$：$2\sqrt{6}$

10 $\dfrac{\sqrt{\text{ソ}}}{\text{タ}}$：$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　$\dfrac{\text{チ}\sqrt{\text{ツ}}}{\text{テ}}$：$\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$