

2023 年度 信州大学 (前期)

医学部

試験時間 : 120 分

全問必答

1 方程式

$$\log_a(x-3) = \log_a(x+2) + \log_a(x-1) + 1$$

が解をもつとき、定数 a のとり得る値の範囲を求めよ。

2 3つの自然数 p , $p+10$, $p+20$ がすべて素数となるような p がただ1つ存在することを示せ。**3** 数列 $\{a_n\}$ は、すべての項が正であり、

$$\sum_{k=1}^n a_k^2 = 2n^2 + n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とおくと、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n\sqrt{n}}$ を求めよ。

4 数字の1が書かれたカードが2枚、2が書かれたカードが3枚、3が書かれたカードが4枚の計9枚のカードがある。この9枚のカードのすべてを横一列に並べるとき、次の問いに答えよ。


- (1) 並べ方は全部で何通りあるか。
- (2) 数字の3が書かれたカードが隣り合わないような並べ方は何通りあるか。
- (3) 同じ数字が書かれたカードが隣り合わないような並べ方は何通りあるか。

5 t を実数とし、座標空間内の2点 $P(0, 0, t^2 - 1)$, $Q(t, 1, e^t + e^{-t} - e - e^{-1})$ を考える。 t を $-1 \leq t \leq 1$ の範囲で動かすとき、線分 PQ が通過してできる曲面および2平面 $y = 1$, $z = 0$ で囲まれてできる立体の体積を求めよ。

2023年度 信州大学 (前期)

医学部

(略解)

 証明, 図示などは省略

1 $0 < a \leq \frac{7 - 2\sqrt{10}}{9}$

2 証明は省略

3 $\frac{4}{3}$

4

(1) 1260

(2) 200

(3) 79

5 $\frac{2}{9} + \frac{4}{3e}$