

2023年度 兵庫医科大学（前期）

医学部

試験時間：90分

全問必答

1 次の(1)から(5)までの各問いに答えよ。なお、途中の式や考え方等も記入すること。

(1) 次の不等式を満たす整数 n を求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

$$6^n < 5^{20} < 6^{n+1}$$

(2) 実数 x 、 y が $x^2 - 2x + y^2 - 3 = 0$ を満たすとき、

(a) $|x| + |y|$ の最小値とそのときの x および y の値を求めよ。

(b) $|x| + |y|$ の最大値とそのときの x および y の値を求めよ。

(3) xyz 空間において、2点 $(5, 1, 2)$ 、 $(-3, 7, 12)$ を直径の両端とする球面がある。この球面が、 z 軸から切り取る線分の長さを求めよ。

(4) 次の定積分を求めよ。

$$\int_0^1 (x+2)(x-1)^9 dx$$

(5) 次の文章は、『貯蓄額や所得の多い少ないは「学歴」と関係あるのか?』という記事からの抜粋である。

表は厚生労働省の令和元年国民生活基礎調査から、学歴ごとの平均所得金額（15歳以上の雇用者1人あたり）をまとめたものです。（中略）

男性・女性ともに専門学校・短大・高専卒の方が所得金額が多いのに、総数となると高校・旧制中卒の方が多なのは統計上の謎です。

	小学・ 中学卒業	高校・旧 制中卒業	専門学校・短 大・高専卒業	大学・大 学院卒業
総数	245.2万円	303.5万円	278.6万円	487.4万円
男性	300.8万円	404.6万円	409.0万円	584.6万円
女性	160.5万円	186.1万円	216.6万円	291.5万円

男性の所得金額も女性の所得金額もともに、専門学校・短大・高専卒業の方が、高校・旧制中卒業より多いのに、総数（男性＋女性）では、逆転した結果になっている。これはどうしてか、説明しなさい。

2 以下の問いに答えよ。なお、途中の式や考え方等も記入すること。

- (1) 点 $(3, -2)$ を、原点を中心として反時計回りに $\frac{\pi}{3}$ だけ回転したときの点の座標を求めよ。
- (2) 3 点 $A(1, 1)$, $B(3, -2)$, C について、 $AB = AC$ かつ $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ であるとき、点 C の座標を求めよ。

複素数平面上で原点 O と 2 点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$ を頂点とする $\triangle OAB$ がある。直線 OB に関して点 A と対称な点を C , 直線 OA に関して点 B と対称な点を D とする。

- (3) 点 $C(\gamma)$ とするとき、 $\gamma = \overline{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)}\beta$ であることを示せ。ただし、 $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)$ と共役な複素数を $\overline{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)}$ で表すとする。
- (4) 辺 AB と直線 DC が平行なとき、 $\triangle OAB$ はどのような三角形か、求めよ。

3 以下の問いに答えよ。ただし、 n は自然数とし、 $0! = 1$ とする。なお途中の式や考え方等も記入すること。

- (1) S_1 を

$$S_1 = \sum_{k=1}^n \frac{(k-1)!}{(k+1)!}$$

とするとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_1$ を求めよ。

- (2) S_2 を

$$S_2 = \sum_{k=1}^n \frac{(k-1)!}{(k+2)!}$$

とするとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_2$ を求めよ。

- (3) S_3 を

$$S_3 = \sum_{k=1}^n \frac{(k-1)!}{(k+3)!}$$

とするとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_3$ を求めよ。

- (4) 次の和 S_p を推測し、それを数学的帰納法によって証明せよ。ただし、 p は自然数とする。

$$S_p = \sum_{k=1}^n \frac{(k-1)!}{(k+p)!}$$

2023年度 兵庫医科大学（前期）

医学部

（略解）

📄 証明，図示などは省略

1

(1) 17

(2) (a) 最小値: 1 $(x, y) = (-1, 0)$ (b) 最大値: $1 + 2\sqrt{2}$ $(x, y) = (1 + \sqrt{2}, \pm\sqrt{2})$

(3) $2\sqrt{33}$

(4) $-\frac{23}{110}$

(5) 説明は省略

2

(1) $\left(\frac{3}{2} + \sqrt{3}, \frac{3\sqrt{3}}{2} - 1\right)$

(2) $C\left(2 \pm \frac{3\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} \pm \sqrt{3}\right)$ (複号同順)

(3) 証明は省略

(4) $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ の直角三角形または， $OA = OB$ の二等辺三角形

3

(1) 1

(2) $\frac{1}{4}$

(3) $\frac{1}{18}$

(4) $\frac{1}{p} \left\{ \frac{1}{p!} - \frac{1}{(n+1)(n+2)\cdots(n+p)} \right\}$