2023 年度　国際医療福祉大学（前期）

医学部　　試験時間：80 分

全問必答

1　次の文章中のア～ノに適する符号または数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

(1)　xy 平面において，放物線 $y = x^2 - 4x + 7$ を x 軸方向に -3，y 軸方向に 2 だけ平行移動して得られる放物線 C の方程式は，$y = x^2 + \boxed{ア}x + \boxed{イ}$ である。
また，放物線 C' を x 軸方向に 4，y 軸方向に -6 だけ平行移動し，さらに原点に関して対称移動して得られる放物線は C と一致する。このとき，C' の方程式は，$y = \boxed{ウ}x^2 - \boxed{エ}x - \boxed{オ}$ である。

(2)　5 進法で表された数 $0.312_{(5)}$ を 10 進法で表すと，$0.\boxed{カキク}$ である。
また，10 進法で表された数 0.312 を 5 進法で表すと，$0.\boxed{ケコサ}_{(5)}$ である。

(3)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ とし，$f(\theta) = \sqrt{3}\sin\theta + a\cos\theta + \sqrt{3}$ とする。ただし，a は定数とする。

(i)　$a = 1$ のとき，$f(\theta) \leqq 0$ の解は，$\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}\pi \leqq \theta \leqq \dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}\pi$ である。

(ii)　$a = 3$ のとき，$f(\theta) \leqq 0$ の解は，$\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}\pi \leqq \theta \leqq \dfrac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}\pi$ である。

(4)　座標空間に 3 点 A(5，5，5)，B(4，6，3)，C(0，1，4) がある。

(i)　$\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}} = \boxed{ト}$ である。

(ii)　四角形 ABCD が平行四辺形となるような点 D をとる。
D の座標は，$\left(\boxed{ナ},\ \boxed{ニ},\ \boxed{ヌ}\right)$ であり，平行四辺形 ABCD の面積は $\boxed{ネ}\sqrt{\boxed{ノ}}$ である。

2　次の文章中のア〜ノに適する符号または数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

3 つの袋 A，B，C がある。袋 A には赤球 1 個，白球 2 個，青球 2 個，袋 B には赤球 2 個，白球 1 個，青球 2 個，袋 C には赤球 2 個，白球 2 個，青球 1 個が入っている。

(1) それぞれの袋から同時に 1 個の球を取り出す。袋 A から取り出した球は袋 B に入れ，袋 B から取り出した球は袋 A に入れる。また，袋 C から取り出した球は白球ならば袋 A に入れ，白球以外ならば袋 C に戻す。この操作の後，次の確率をそれぞれ求めよ。

(i) 袋 A の中に赤球が入っていない確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

(ii) 袋 A の中に赤球がちょうど 1 個入っている確率は $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

(iii) 袋 A の中に白球がちょうど 3 個入っている確率は $\dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサシ}}}$ である。

(iv) 袋 A の中に白球がちょうど 3 個入っていたとき，その中に袋 C から取り出した白球が含まれている条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

(2) それぞれの袋から同時に 2 個の球を取り出す。袋 A から取り出した球はすべて袋 B に入れ，袋 B から取り出した球はすべて袋 A に入れる。また，袋 C から取り出した球は，それらが同じ色ならばすべて袋 A に入れ，異なる色ならばすべて袋 C に戻す。この操作の後，次の確率をそれぞれ求めよ。

(i) 袋 A の中に赤球が 5 個入っている確率は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテト}}}$ である。

(ii) 袋 A の中に赤球が入っていない確率は $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネノ}}}$ である。

3　次の文章中のア～ネに適する符号または数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

i を虚数単位とする。z を 1 でない複素数とし，$w=\dfrac{2z-4}{z-1}$ とおく。また，複素数の偏角 θ は，$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で考えるものとする。

(1)　z が $|z|=1$ を満たしながら変化するとき，複素数平面上において，点 w は点 $\boxed{ア}$ と点 $\boxed{イ}$ を結ぶ線分の垂直二等分線を描く。ただし，$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$ は実数であり，$\boxed{ア} < \boxed{イ}$ とする。

(2)　複素数平面上において，点 z が虚軸上を動くとする。

(i)　複素数平面上において，点 w は，点 $\boxed{ウ}$ を中心とする半径 $\boxed{エ}$ の円を描く。ただし，点 $\boxed{オ}$ を除く。

(ii)　$\alpha=\arg w$ とすると，$\tan\alpha$ のとり得る値の範囲は，

$$\frac{\boxed{カ}\sqrt{\boxed{キ}}}{\boxed{ク}} \leqq \tan\alpha \leqq \frac{\sqrt{\boxed{キ}}}{\boxed{ク}}$$

である。

(3)　複素数平面上において，点 z が点 $\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}i$ を中心とする半径 $\dfrac{2}{5}$ の円上を動くとする。

(i)　$|z|$ のとり得る値の範囲は，

$$\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}} \leqq |z| \leqq \frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$$

である。

(ii)　$\arg z$ が最大，最小となる点をそれぞれ z_1，z_2 とする。

$\beta=\arg\dfrac{z_1}{z_2}$ とすると，$\tan\beta=\dfrac{\boxed{ス}\sqrt{\boxed{セソ}}}{\boxed{タチ}}$ である。

(iii)　複素数平面上において，点 w は点 $\dfrac{\boxed{ツテ}}{\boxed{ト}}+\dfrac{\boxed{ナ}}{\boxed{ニ}}i$ を中心とする半径 $\dfrac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}}$ の円を描く。

4　次の文章中のア〜ノに適する符号または数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

O を原点とする xy 平面上の曲線 C を，媒介変数 t を用いて，$\begin{cases} x = e^{|t|} + et, \\ y = e^{|t|} - et \end{cases}$ と定める。

(1)　$\dfrac{dx}{dt} = 0$ のとき，$x = \boxed{\text{ア}}$，$y = \boxed{\text{イ}}\,e$ である。

$\dfrac{dy}{dt} = 0$ のとき，$x = \boxed{\text{ウ}}\,e$，$y = \boxed{\text{エ}}$ である。

(2)　次の定積分をそれぞれ求めると，

$$\int_0^1 te^t\,dt = \boxed{\text{オ}},\ \int_0^1 t^2e^t\,dt = e - \boxed{\text{カ}},$$

$$\int_0^1 te^{2t}\,dt = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}e^{\boxed{\text{ケ}}} + \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

(3)　C と x 軸および y 軸によって囲まれた図形を D とする。

(i)　D の面積は，

$$\boxed{\text{シ}}\,e^{\boxed{\text{ス}}} - \boxed{\text{セ}}\,e$$

である。

(ii)　D を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は，

$$\left(\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}e^{\boxed{\text{チ}}} - \boxed{\text{ツ}}\,e\right)\pi$$

である。

(iii)　$t \neq 0$ のとき，C 上の点 $\mathrm{P}\left(e^{|t|} + et,\ e^{|t|} - et\right)$ から直線 $\ell : y = x$ に下ろした垂線と ℓ との交点を H とすると，

$$\mathrm{PH} = \sqrt{\boxed{\text{テ}}}\,e|t|,\ \mathrm{OH} = \sqrt{\boxed{\text{ト}}}\,e^{|t|}$$

である。よって，D を直線 ℓ のまわりに 1 回転してできる立体の体積は，

$$\boxed{\text{ナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}\left(e^{\boxed{\text{ヌ}}} - \frac{e^{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}}\right)\pi$$

である。

2023年度　国際医療福祉大学（前期）

医学部 （略解）

証明，図示などは省略

1

(1) ア：2　イ：6　ウ：−　エ：6　オ：8

(2) カキク：656　ケコサ：124

(3)

(i) $\dfrac{\text{シ}}{\text{ス}}$: $\dfrac{7}{6}$　$\dfrac{\text{セ}}{\text{ソ}}$: $\dfrac{3}{2}$

(ii) $\dfrac{\text{タ}}{\text{チ}}$: $\dfrac{5}{6}$　$\dfrac{\text{ツ}}{\text{テ}}$: $\dfrac{3}{2}$

(4)

(i) ト：3

(ii) ナ：1　ニ：0　ヌ：6　$\text{ネ}\sqrt{\text{ノ}}$: $9\sqrt{3}$

2

(1) (i) $\dfrac{\text{ア}}{\text{イウ}}$: $\dfrac{3}{25}$

(ii) $\dfrac{\text{エオ}}{\text{カキ}}$: $\dfrac{14}{25}$

(iii) $\dfrac{\text{クケ}}{\text{コサシ}}$: $\dfrac{37}{125}$

(iv) $\dfrac{\text{スセ}}{\text{ソタ}}$: $\dfrac{28}{37}$

(2) (i) $\dfrac{\text{チ}}{\text{ツテト}}$: $\dfrac{3}{500}$

(ii) $\dfrac{\text{ナニ}}{\text{ヌネノ}}$: $\dfrac{27}{250}$

3

(1) ア：2　イ：4

(2) (i) ウ：3　エ：1　オ：2

(ii) $\dfrac{\text{カ}\sqrt{\text{キ}}}{\text{ク}}$: $\dfrac{-\sqrt{2}}{4}$

(3) (i) $\dfrac{ケ}{コ}:\dfrac{3}{5}$　$\dfrac{サ}{シ}:\dfrac{7}{5}$

(ii) $\dfrac{ス\sqrt{セソ}}{タチ}:\dfrac{4\sqrt{21}}{17}$

(iii) $\dfrac{ツテ}{ト}+\dfrac{ナ}{ニ}:\dfrac{13}{4}+\dfrac{5}{2}$　$\dfrac{ヌ}{ネ}:\dfrac{5}{4}$

4

(1) ア : 0　イ : 2　ウ : 2　エ : 0

(2) オ : 1　カ : 2　$\dfrac{キ}{ク}:\dfrac{1}{4}$　ケ : 2　$\dfrac{コ}{サ}:\dfrac{1}{4}$

(3) (i) シ : 2　ス : 2　セ : 4

(ii) $\dfrac{ソ}{タ}:\dfrac{2}{3}$　チ : 3　ツ : 2

(iii) $\sqrt{テ}:\sqrt{2}$　$\sqrt{ト}:\sqrt{2}$　$ナ\sqrt{ニ}:4\sqrt{2}$　ヌ : 2　ネ : 3　ノ : 3