

2023年度 徳島大学 (前期)

医学部

試験時間：120 分

 全問必答

1 $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 + 2x + 2}$ とする。

- (1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ および $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ を求めよ。
- (2) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (3) 関数 $y = f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。
- (4) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

2 n を 2 以上の整数とする。複素数平面上の 4 点を $O(0)$, $A(1)$, $B(i)$, $C(-1)$ とする。AC を直径として点 B を含む半円を考える。弧 AC を n 等分する分点を点 A に近い方から順に P_1, P_2, \dots, P_{n-1} とし、 $A = P_0$, $C = P_n$ とおく。ただし、 i は虚数単位とする。

- (1) $\triangle OP_1P_2$ の面積が $\frac{1}{4}$ になるとき、点 P_1 を表す複素数 α および点 P_2 を表す複素数 β を求めよ。
- (2) $0 < k < n$ に対して、 $AP_k \leq CP_k$ を満たす $\triangle AP_kC$ の 2 辺の長さの和 $AP_k + CP_k$ が $\sqrt{6}$ になるとき、 $\frac{k}{n}$ の値を求めよ。
- (3) $0 < k < n$ に対して、 $\triangle AP_kC$ の面積を S_k とするとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_1 + S_2 + \dots + S_{n-1}}{n}$ を求めよ。
- (4) 点 B を原点 O を中心として $\frac{\pi}{3}$ だけ回転した点を表す複素数を z とする。 z の 2023 乗を求めよ。

3 数列 $\{a_n\}$ は次を満たす。

$$a_1 = 1, a_2 = 1, a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + a_{n-1} \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

- (1) a_3, a_4, a_5 を求めよ。
- (2) $n \geq 3$ のとき、 $1 < a_n < n$ を示せ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n+1} = \infty$ を示せ。

4 0 以上の整数の組 (x, y) について、次の問いに答えよ。

- (1) $3x + 7y = 34$ を満たす組 (x, y) をすべて求めよ。
- (2) $3x + 7y = n$ を満たす組 (x, y) をもたない 0 以上の整数 n の個数を求めよ。また、そのような n の中で最大の整数を求めよ。
- (3) a を 3 で割った余りが 1 である自然数とする。 $a > 1$ のとき、 $3x + ay = n$ を満たす組 (x, y) をもたない 0 以上の整数 n の個数を a を用いて表せ。また、そのような n の中で最大の整数を a を用いて表せ。

2023年度 徳島大学 (前期)

医学部

(略解)

☞ 証明, 図示などは省略

1

(1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$

(3) 最大値: $\frac{9}{2}$, 最小値: $-\frac{1}{2}$

(2) $f'(x) = \frac{5x(x+2)}{(x^2+2x+2)^2}$

(4) $5 \log 2 - 3$

2

(1) $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i, \beta = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

(3) $\frac{2}{\pi}$

(2) $\frac{1}{6}$

(4) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

3

(1) $a_3 = 2, a_4 = \frac{3}{2}, a_5 = \frac{8}{3}$

(3) 証明は省略

(2) 証明は省略

4

(1) $(x, y) = (2, 4), (9, 1)$

(3) $a - 1$ 個, $n = 2a - 3$

(2) 6 個, $n = 11$