

# 2023年度 金沢大学 (前期)

医学部

試験時間：120 分

📖 全問必答

- 1** 関数  $F(x) = \sin x - \log(1+x)$  と  $f(x) = F'(x)$  を考える。次の問いに答えよ。
- (1)  $f'(\alpha) = 0$  となる  $\alpha$  が開区間  $(0, \frac{\pi}{2})$  に 1 つだけあることを示せ。
  - (2)  $f(\beta) = 0$  となる  $\beta$  が開区間  $(0, \frac{\pi}{2})$  に 1 つだけあることを示せ。
  - (3) 開区間  $(0, \frac{\pi}{2})$  において、 $F(x) > 0$  であることを示せ。ただし、自然対数の底  $e > 2.7$  を満たすことを用いてもよい。
  - (4)  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  の範囲において、曲線  $y = \sin x$ 、曲線  $y = \log(1+x)$ 、および直線  $x = \frac{\pi}{2}$  で囲まれた図形の面積を求めよ。

- 2** 座標空間において、平面  $z = 2$  上の点  $P$  と、平面  $z = 1$  上の円板

$$B: x^2 + y^2 \leq 1, \quad z = 1$$

を考える。点  $Q$  は平面  $z = 0$  ( $xy$  平面) 上にあるとし、与えられた  $P$  に対して、線分  $PQ$  と  $B$  が共有点をもつような  $Q$  全体からなる図形を  $D$  とする。次の問いに答えよ。

- (1)  $P$  の座標が  $(0, 0, 2)$  であるとき、 $D$  を  $xy$  平面上に図示せよ。
- (2)  $r$  を正の定数とする。 $P$  の座標が  $(r, 0, 2)$  であるとき、 $D$  を  $xy$  平面上に図示せよ。
- (3)  $r > 2$  を満たす定数  $r$  に対して、平面  $z = 2$  上の円

$$C: x^2 + y^2 = r^2, \quad z = 2$$

を考える。 $P$  が  $C$  上を動くとき、 $D$  が通過する部分の面積を求めよ。

- 3**  $K$  を自然数とする。2つの箱  $A$  と  $B$  があり、 $A$  に赤玉 1 個、 $B$  に白玉  $K$  個が入っている。 $A$  の中の 1 個の玉と  $B$  の中の 1 個の玉の交換を繰り返し行う。 $n$  回目の交換が終わったときに  $A$  の中の玉が赤玉である確率を求めよ。

- 4** 複素数  $\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$  と自然数  $L$  をとる。次の問いに答えよ。

- (1)  $k, m$  が整数ならば、 $|k + m\omega|^2$  も整数であることを示せ。
- (2)  $|k| \leq L$  を満たす整数  $k$  に対して、 $|k + \omega|$  の最大値を求めよ。
- (3) 整数  $k, m$  が  $|k| \leq L, |m| \leq L, |k - m| \leq L$  を満たすとき、 $|k + m\omega| \leq L$  を示せ。
- (4)  $|k + m\omega| \leq L$  を満たす整数の組  $(k, m)$  の個数を  $N$  とする。不等式  $N \geq 3L^2 + 3L + 1$  を示せ。

## 2023年度 金沢大学 (前期)

医学部

(略解)

☞ 証明, 図示などは省略

**1**

- (1) 証明は省略  
(3) 証明は省略

- (2) 証明は省略  
(4)  $\left(\frac{\pi}{2} + 1\right) \left\{1 - \log\left(\frac{\pi}{2} + 1\right)\right\}$

**2**

- (1) 図示は省略

- (2) 図示は省略

- (3)  $8\pi r$

**3**

$$\frac{1}{K+1} \left\{1 - \left(-\frac{1}{K}\right)^{n-1}\right\}$$

**4**

- (1) 証明は省略  
(3) 証明は省略

- (2) 最大値 :  $\sqrt{L^2 + L + 1}$  ( $K = -L$ )  
(4) 証明は省略