2023 年度　鳥取大学（前期）

医学部　試験時間：120 分

全問必答

1　箱 A の中に赤球 6 個と白球 n 個の合計 $n+6$ 個の球が入っている。箱 B の中に白球 4 個の球が入っている。ただし，n は自然数とし，球はすべて同じ確率で取り出されるものとする。以下の問いに答えよ。

(1)　箱 A から同時に 2 個の球を取り出すとき，赤球が 1 個と白球が 1 個取り出される確率を p_n とする。p_n が最大となる n と，そのときの p_n の値を求めよ。

(2)　箱 A から同時に 2 個の球を取り出し箱 B に入れ，よくかき混ぜた後で箱 B から同時に 2 個の球を取り出すとき，赤球が 1 個と白球が 1 個取り出される確率を q_n とする。$q_n < \dfrac{1}{3}$ となる n の最小値を求めよ。

2　$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ である θ が $\cos\theta + \cos 2\theta + \cos 3\theta + \cos 4\theta = 0$ を満たすとき，以下の問いに答えよ。

(1)　$\cos\theta$ の値を求めよ。

(2)　(1) で求めた $\cos\theta$ に対して，数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = (2\cos\theta)^n + (1-2\cos\theta)^n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

と定める。このとき，a_{n+2} を a_{n+1} と a_n を用いて表せ。

(3)　(2) で定めた数列 $\{a_n\}$ について，$(-1)^n\{a_n a_{n+2} - (a_{n+1})^2\}$ は n によらない定数であることを示せ。

3　xy 平面上において，曲線 $C : y = \sqrt{x}$ と，直線 $\ell : y = x$ を考える。以下の問いに答えよ。

(1)　C と ℓ で囲まれる図形の面積を求めよ。

(2)　曲線 C 上の点 $\mathrm{P}(x,\ \sqrt{x})$ $(0 \leqq x \leqq 1)$ に対し，点 P から直線 ℓ に下ろした垂線と，直線 ℓ との交点を Q とする。線分 PQ の長さを x を用いて表せ。

(3)　C と ℓ で囲まれる図形を直線 ℓ の周りに一回転してできる立体の体積を求めよ。

4　負でない整数 $n = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots$ と正の実数 $x > 0$ に対し，

$$I_n = \int_0^x t^n e^{-t}\,dt$$

とおく。以下の問いに答えよ。

(1)　I_0，I_1 を求めよ。

(2)　$n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ に対し，I_n と I_{n-1} の関係式を求めよ。

(3)　I_n $(n = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$ を求めよ。

2023年度　鳥取大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　$n=5,\ 6,\ p_n=\dfrac{6}{11}$　　(2)　$n=5$

2

(1)　$\cos\theta=\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$　　(2)　$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$　　(3)　証明は省略

3

(1)　$\dfrac{1}{6}$　　(2)　$\dfrac{\sqrt{x}-x}{\sqrt{2}}$　　(3)　$\dfrac{\sqrt{2}}{60}\pi$

4

(1)　$I_0=1-e^{-x},\ I_1=1-(x+1)e^{-x}$　　(2)　$I_n=-x^ne^{-x}+nI_{n-1}$

(3)　$I_n=n!\left(1-e^{-x}\sum_{k=0}^{n}\dfrac{x^k}{k!}\right)\ (n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$

2019 年度　鳥取大学（後期）

理系学部　試験時間：120 分

全問必答

1　xy 平面上の曲線 $C : y = x - \dfrac{1}{x}$（$x>0$）と直線 $\ell : y = kx$ について，次の問いに答えよ。ただし，$k>1$ とする。

(1)　曲線 C 上の点 $\mathrm{P}\left(t,\ t - \dfrac{1}{t}\right)$（$t>0$）と直線 ℓ との距離 f を t と k を用いて表せ。

(2)　点 P が曲線 C 上を動くとき，(1) で求めた距離 f の最小値 g を k を用いて表せ。

(3)　実数 k が $k>1$ の範囲を動くとき，(2) で求めた g の 2 乗の値 g^2 の最大値を求めよ。

2019 年度　鳥取大学（後期）

理系学部（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　$f=\dfrac{(k-1)t^2+1}{t\sqrt{k^2+1}}$

(2)　$g=\dfrac{2\sqrt{k-1}}{\sqrt{k^2+1}}$

(3)　最大値 : $2\sqrt{2}-2$ $(k=1+\sqrt{2})$