2024 年度　兵庫医科大学（前期）

医学部　試験時間：90 分

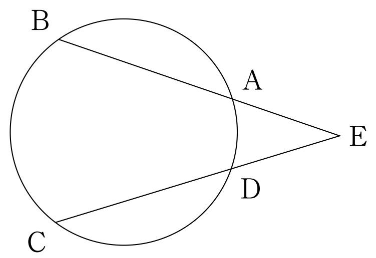
全問必答

1　次の (1) から (5) までの各問いに答えよ。なお，途中の式や考え方等も記入すること。

(1)　2 点 A($\vec{a}$)，B($\vec{b}$) が条件 $2|\vec{a}| = 3|\vec{b}| \neq 0$ を満たし，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角は 60° である。このとき，直線 AB 上にあり，原点から最も近い点 P($\vec{p}$) について，$\vec{p}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。

(2)　誕生月を考える。任意に 5 人を選んだところ，少なくとも 2 人以上が同じ誕生月である確率を求めよ。ただし，1 月から 12 月まで，どの月に生まれるかは同様に確からしいとする。

(3)　図において，4 点 A, B, C, D は同一円周上にあり，直線 BA と直線 CD の交点を E とする。$\angle\mathrm{AED} = 36^\circ$ で，弧 AB，弧 BC および弧 CD はすべて長さが等しいとき，$\angle\mathrm{ACD}$ の大きさを求めよ。



(4)　複素数平面上の点 z に対して，$w = (1+2i)(z+2)$ で表される点 w がある。点 z が単位円上を動くとき，$|w+1|$ の最大値を求めよ。

(5)　$0 \leqq x < 2\pi$ のとき，関数 $f(x) = 2\sin 2x \sin x + 3\sin^2 x + 4\cos^2 \dfrac{x}{2}$ の最大値と最小値，およびそのときの x の値を求めよ。

2　座標平面上で，x 座標と y 座標がいずれも整数である点 $(x,\ y)$ を格子点という。n を正の整数として，以下の問いに答えよ。なお，途中の考え方等も記入すること。

(1)　$0 \leqq x \leqq 4$，$0 \leqq y \leqq \sqrt{x}$ を満たす格子点 $(x,\ y)$ の個数を求めよ。

(2)　$0 \leqq x \leqq n^2$，$0 \leqq y \leqq \sqrt{x}$ を満たす格子点 $(x,\ y)$ の個数を求めよ。

(3)　座標平面上に 3 点 $\mathrm{O}(0,\ 0)$，$\mathrm{A}(n,\ 3n)$，$\mathrm{B}(10n,\ 0)$ がある。このとき，

　(a) $\triangle\mathrm{OAB}$ の周および内部にある格子点 $(x,\ y)$ の個数を求めよ。

　(b) $\triangle\mathrm{OAB}$ の内心の座標 I と外心の座標 $\mathrm{O_1}$ をそれぞれ求めよ。

3　$t>1$ とする。関数 $f(x)=x\log t-t\log x$ について，以下の問いに答えよ。なお，途中の式や考え方等も記入すること。

(1)　関数 $f(x)$ の増減を調べよ。

(2)　関数 $f(x)$ の最小値が 0 以下であることを示せ。

(3)　$e^{\sqrt{5}}$ と $\sqrt{5}^{e}$ の大小関係を調べよ。

(4)　関数 $F(t)=\int_1^t f(x)\,dx$ について，$F'(e)$ を求めよ。

2024 年度　兵庫医科大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1) $\vec{p}=\frac{1}{7}\vec{a}+\frac{6}{7}\vec{b}$

(2) $\frac{89}{144}$

(3) 18°

(4) $5+\sqrt{5}$

(5) 最大値：$\frac{27}{4}$ $\left(x=\frac{\pi}{3},\ \frac{5}{3}\pi\right)$，最小値：0 （$x=\pi$）

2

(1) 10 個

(2) $\frac{1}{6}(n+1)(4n^2-n+6)$

(3) (a) $15n^2+7n+1$ 　(b) $\mathrm{I}\left((5-\sqrt{10})n,\ (2\sqrt{10}-5)n\right)$，$\mathrm{O}_1(5n,\ 0)$

3

(1) $0<x<\frac{t}{\log t}$ において単調減少，$\frac{t}{\log t}<x$ において単調増加

(2) 証明は省略

(3) $e^{\sqrt{5}}>\sqrt{5}^{\,e}$

(4) $F'(e)=\frac{e}{2}-\frac{1}{2e}-1$