

2024 年度 名古屋市立大学（前期）

医学部

試験時間：120 分

全問必答

1 正四面体 $OABC$ に対して、平面 OAB 上の点 P が $5\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{PA} - 3\overrightarrow{PB}$ を満たしている。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくととき、次の問いに答えよ。

- (1) \overrightarrow{OP} を \vec{a} , \vec{b} で表せ。
- (2) $\triangle ABC$ の重心 G と点 P を通る直線が平面 OAC と交わる点を Q とする。 \overrightarrow{OQ} を \vec{a} , \vec{c} で表せ。
- (3) 線分 OA 上の点 R に対して、 $\triangle PQR$ が PQ を斜辺とする直角三角形になるとき、 $\frac{OR}{OA}$ を求めよ。

2 袋が 2 つあり、どちらにも赤玉が 2 個、青玉が 4 個、白玉が 4 個入っている。また、赤玉が 1 個と青玉が 1 個の合計 2 個の玉が入った箱 A と、玉が入っていない空の箱 B がある。この準備のもとで、次の操作 1, 操作 2, 操作 3, 操作 4 を順に 1 回ずつ行う。

操作 1 2 つの袋から玉を 1 個ずつ取り出し、この 2 個の玉を箱 B に入れる。

操作 2 箱 B から玉を 1 個取り出し、玉の色を記録してから箱 B に戻す。

操作 3 再び箱 B から玉を 1 個取り出し、玉の色を記録してから箱 B に戻す。

操作 4 箱 A と箱 B から玉を 1 個ずつ取り出す。

次の問いに答えよ。

- (1) 操作 1 を行ったとき、箱 B に赤玉が 1 個だけ入っている確率と、赤玉が 2 個入っている確率をそれぞれ求めよ。
- (2) 操作 3 まで行って記録された玉の色がいずれも赤であったとき、箱 B に赤玉が 1 個だけ入っている確率と、赤玉が 2 個入っている確率をそれぞれ求めよ。
- (3) 操作 3 まで行って記録された玉の色がいずれも赤であったとき、操作 4 で赤玉と青玉が 1 個ずつ取り出される確率を求めよ。

3 n を正の整数とするととき、次の問いに答えよ。

- (1) $3^n - 2^n$ を 10 で割った余りを求めよ。
- (2) $3^n - 2^n + 4n$ を 10 で割った余りを r_n とする。 $r_n = 7$ となるような n を小さい順に並べて得られる数列を $\{a_m\}$ ($m = 1, 2, 3, \dots$) とする。このとき、 a_{100} を求めよ。

4 関数 $f(x) = p \sin x$, $g(x) = q \cos x$ ($p > 0$, $q > 0$) について、曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ の $0 \leq x \leq \pi$ および $\pi \leq x \leq 2\pi$ における共有点の x 座標をそれぞれ、 α , β とする。また、 $\alpha \leq x \leq \pi$, $y \geq 0$ において曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ および x 軸とで囲まれた領域の面積を S_1 , $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \beta$, $y \leq 0$ において曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ および x 軸とで囲まれた領域の面積を S_2 とする。 $S_1 : S_2 = \sqrt{2} + 1 : \sqrt{2} - 1$ であるときの、 α と β の値を求めよ。

2024 年度 名古屋市立大学 (前期)

医学部

(略解)

☞ 証明, 図示などは省略

1

$$(1) \vec{OP} = \frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b} \quad (2) \vec{OQ} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{c} \quad (3) \frac{7+3\sqrt{41}}{48}$$

2

$$(1) \text{赤玉 1 個} : \frac{8}{25}, \text{赤玉 2 個} : \frac{1}{25} \quad (2) \text{赤玉 1 個} : \frac{2}{3}, \text{赤玉 2 個} : \frac{1}{3}$$
$$(3) \frac{5}{12}$$

3

$$(1) \begin{cases} 1 & (n \equiv 1 \pmod{4} \text{ のとき}) \\ 5 & (n \equiv 2 \pmod{4} \text{ のとき}) \\ 9 & (n \equiv 3 \pmod{4} \text{ のとき}) \\ 5 & (n \equiv 0 \pmod{4} \text{ のとき}) \end{cases}$$
$$(2) 498$$

4

$$\alpha = \frac{\pi}{12}, \beta = \frac{13}{12}\pi$$