2024 年度　和歌山県立医科大学（前期）

医学部　試験時間：120 分

全問必答

1

(1) x を整数とし，

$$m = \frac{4x+6}{x^2+2x+3}$$

を考える。m が整数となる x とそのときの m を求めよ。

(2) k を整数とし，三次方程式

$$x^3+3x^2+x-3-k(x^2+2x+3)=0$$

を考える。この方程式が整数解を少なくとも一つ持つ様な k を求めよ。

2

漸化式 $a_{n+1}=|a_n|-3$ で定められた数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えよ。

(1) $a_1=3$ のときの a_3 と a_4 を求めよ．また，$a_1=4$ のときの a_3 と a_4 を求めよ。さらに，$a_1=5$ のときの a_3 と a_4 を求めよ。

(2) $a_1=3l$ のとき，$a_1+a_2+\cdots+a_n=0$ となる n を求めよ。ただし，l は自然数とする。

(3) $a_1=3l-1$ のとき，$a_1+a_2+\cdots+a_n=0$ となる n を求めよ。ただし，l は自然数とする。

(4) $a_1=3l-2$ のとき，$a_1+a_2+\cdots+a_n=0$ となる n を求めよ。ただし，l は自然数とする。

3

(1) $z+\dfrac{4}{z}=-2\sqrt{3}$ を満たす複素数 z を求め，z^n が実数となる最小の自然数 n を求めよ。

(2) 0 でない複素数 z に対して，$\left|z+\dfrac{4}{z}\right|$ の最小値とその最小値をとる z を求めよ。

4

実数 a に対して，$[a]$ を a 以下の最大の整数とする

(1) 閉区間 $[1.4,\ 12]$ および閉区間 $[1,\ 13.2]$ に属する整数の個数をそれぞれ求めよ。

(2) $a<b$ のとき，閉区間 $[a,\ b]$ に属する整数の個数を，$[a]$ および $[b]$ を用いて表せ。

(3) $a_1<b_1$，$a_2<b_2$ とする。座標平面上の長方形 $\{(x,\ y)\,|\,a_1 \leqq x \leqq b_1,\ a_2 \leqq y \leqq b_2\}$ に属する格子点の個数を，$[a_1]$ と $[b_1]$ と $[a_2]$ と $[b_2]$ を用いて表せ。ただし，格子点とは座標平面上の点で x 座標と y 座標がともに整数であるものをいう。

(4) 正の実数 a に対して，座標平面上の正方形 $\{(x,\ y)\,|\,a \leqq x \leqq 2a,\ a \leqq y \leqq 2a\}$ に属する格子点の個数を N とし，この正方形の面積を S とする。a を限りなく大きくしたときの $\dfrac{N}{S}$ の極限を求めよ。

2024 年度　和歌山県立医科大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　$(x,\ m)=(-3,\ -1),\ (-1,\ 1),\ (0,\ 2),\ (3,\ 1)$

(2)　$k=-1,\ 3$

2

(1)　$a_1=3$ のとき，$a_3=-3$，$a_4=0$
$a_1=4$ のとき，$a_3=-2$，$a_4=-1$
$a_1=5$ のとき，$a_3=-1$，$a_4=-2$

(2)　$n=l^2+2l,\ l^2+2l+1$

(3)　$n=\begin{cases}\dfrac{3l^2+4l}{3} & (l\equiv 0\ (\mathrm{mod}\ 3))\\ \text{存在しない} & (l\equiv 1\ (\mathrm{mod}\ 3))\\ \dfrac{3l^2+4l+1}{3} & (l\equiv 2\ (\mathrm{mod}\ 3))\end{cases}$

(4)　$n=\begin{cases}\dfrac{3l^2+2l}{3} & (l\equiv 0\ (\mathrm{mod}\ 3))\\ \text{存在しない} & (l\equiv 1\ (\mathrm{mod}\ 3))\\ \dfrac{3l^2+2l-1}{3} & (l\equiv 2\ (\mathrm{mod}\ 3))\end{cases}$

3

(1)　$z=-\sqrt{3}\pm i$，$n=6$

(2)　最小値：0（$z=\pm 2i$）

4

(1)　11 個，13 個

(2)　a が整数のとき $[b]-[a]+1$，a が整数ではないとき $[b]-[a]$

(3)　a_1，a_2 が整数のとき $([b_1]-[a_1]+1)([b_2]-[a_2]+1)$
a_1 が整数で a_2 が整数ではないとき $([b_1]-[a_1]+1)([b_2]-[a_2])$
a_1 が整数ではなく a_2 が整数のとき $([b_1]-[a_1])([b_2]-[a_2]+1)$
a_1，a_2 が整数ではないとき $([b_1]-[a_1])([b_2]-[a_2])$

(4)　1