2024 年度　国際医療福祉大学（前期）

医学部　試験時間：80 分

全問必答

1　次の文章中のア〜ノに適する符号または数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

(1)　三角形 ABC において，$\mathrm{AB}=2$，$\angle\mathrm{BAC}=60^\circ$，$\angle\mathrm{ACB}=45^\circ$ とする。
$\mathrm{BC}=\sqrt{\boxed{\text{ア}}}$，$\mathrm{CA}=\boxed{\text{イ}}+\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ であり，三角形 ABC の外接円の半径は $\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(2)　A，B，C の 3 人を含む 9 人がいる。

9 人を 3 人ずつの 3 組に分ける方法は，全部で $\boxed{\text{オカキ}}$ 通りある。このうち，A，B，C のうち少なくとも 2 人が同じ組になるような分け方は，全部で $\boxed{\text{クケコ}}$ 通りある。

(3)　実数 x，y，z が $x+y-z=1$，$x-2y+z=0$ を満たすとき，y，z を x を用いて表すと，

$$y=\boxed{\text{サ}}\,x-\boxed{\text{シ}},\quad z=\boxed{\text{ス}}\,x-\boxed{\text{セ}}$$

である。
$x+y-z=1$，$x-2y+z=0$ を満たすすべての実数 x，y，z に対して $ax^2+by^2+cz^2=1$ が成り立つような定数 a，b，c の値は，

$$a=\boxed{\text{ソ}},\quad b=\boxed{\text{タチ}},\quad c=\boxed{\text{ツ}}$$

である。

(4)　数列 $\{a_n\}$（$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$）の初項から第 n 項までの和を S_n とし，$S_n=2n^2-n+1$ とする。一般項 a_n は，

$$a_1=\boxed{\text{テ}},\quad n\geqq 2 \text{ のとき } a_n=\boxed{\text{ト}}\,n-\boxed{\text{ナ}}$$

であり，

$$\sum_{k=1}^{n} a_{2k-1}=\boxed{\text{ニ}}\,n^{\boxed{\text{ヌ}}}-\boxed{\text{ネ}}\,n+\boxed{\text{ノ}}$$

である。

2　次の文章中のア〜テに適する符号または数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

n を正の整数とし，

$$f(n)=\left[\sqrt{\frac{n}{2}+1}\right],\ g(n)=\left[\frac{n+2}{f(n)}\right]$$

とする。ただし，$[x]$ は x を超えない最大の整数を表す。

(1)　$f(8)=\boxed{ア}$，$f(15)=\boxed{イ}$，$g(15)=\boxed{ウ}$，$g(20)=\boxed{エ}$ である。

(2)　l を 2 以上の整数とする。$f(n)=l$ を満たす n のうち，

最小の n の値は $\boxed{オ}\,l^2-\boxed{カ}$，

最大の n の値は $\boxed{キ}\,l^2+\boxed{ク}\,l-\boxed{ケ}$

である。

(3)　$g(n)=13$ を満たす n は全部で $\boxed{コサ}$ 個あり，このうち，最小の n の値は $\boxed{シス}$，最大の n の値は $\boxed{セソ}$ である。

(4)　m を 4 以上の整数とする。$g(n)=2m$ を満たす n のうち，

最小の n の値は $\boxed{タ}\,m^{\boxed{チ}}-\boxed{ツ}\,m-\boxed{テ}$

である。

3　次の文章中のア～ネに適する符号または数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

四面体 OABC がある。三角形 ABC の重心を G とし，点 P は

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+s\overrightarrow{\mathrm{OB}}+t\overrightarrow{\mathrm{BC}}\quad(s,\ t \text{ は実数})$$

を満たす点とする。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OG}}=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ である。

(2)　$t=0$ とする。

(i)　点 P が直線 AB 上にあるとき，$s=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

(ii)　直線 OG と直線 CP が交わるとき，$s=\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ であり，交点を Q とすると，

$$\frac{\mathrm{OQ}}{\mathrm{OG}}=\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}},\quad \frac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{CP}}=\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \text{ である。}$$

(3)　$s=\dfrac{1}{3}$ とし，点 P が平面 OAC 上にあるとする。

(i)　$t=\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(ii)　四面体 ABGP の体積は，四面体 OABC の体積の $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ 倍である。

(4)　s，t が $s \geqq \dfrac{1}{3}$，$t \geqq 0$ の範囲で変化するとき，四面体 OABC の表面および内部において点 P が存在する領域の面積は，三角形 OBC の面積の $\dfrac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニヌネ}}}$ 倍である。

4　次の文章中のア～ヌに適する符号または数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

関数 $f(x)=\dfrac{\log 4x}{\sqrt{x}}$ がある。$y=f(x)$ のグラフを C とする。

(1)　C と x 軸の交点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\ 0\right)$ である。

(2)　$f(x)$ を微分すると，

$$f'(x)=\frac{\boxed{\text{ウ}}-\log 4x}{\boxed{\text{エ}}\,x\sqrt{x}}$$

である。

よって，$f(x)$ は，$x=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}e^{\boxed{\text{キ}}}$ で極大値 $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{e}$ をとる。

(3)　t を正の実数とし，C 上の点 $(t,\ f(t))$ における C の接線を l とする。l と y 軸の交点の y 座標を $g(t)$ とすると，

$$g(t)=\frac{\boxed{\text{ケ}}\log 4t-\boxed{\text{コ}}}{2\sqrt{t}}$$

である。

よって，$g(t)$ は $t=\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}e^{\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}}$ のとき，最大値 $\boxed{\text{ソ}}\,e^{-\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}}$ をとる。

(4)　C，x 軸および，直線 $x=\dfrac{e^4}{4}$ によって囲まれた図形を D とする。

(i)　D の面積は，$\boxed{\text{ツ}}\,e^{\boxed{\text{テ}}}+\boxed{\text{ト}}$ である。

(ii)　D を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は，$\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}\pi$ である。

2024 年度　国際医療福祉大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　$\sqrt{ア}:\sqrt{6}$　イ$+\sqrt{ウ}:1+\sqrt{3}$　$\sqrt{エ}:\sqrt{2}$

(2)　オカキ : 280　クケコ : 190

(3)　サ x − シ : $2x-1$　ス x − セ : $3x-2$　ソ : 3　タチ : -3　ツ : 1

(4)　テ : 2　ト n − ナ : $4n-3$　ニ $n^{ヌ}$ − ネ n + ノ : $4n^2-3n+1$

2

(1)　ア : 2　イ : 2　ウ : 8　エ : 7

(2)　オ l^2 − カ : $2l^2-2$　キ l^2 + ク l − ケ : $2l^2+4l-1$

(3)　コサ : 11　シス : 63　セソ : 81

(4)　タ $m^{チ}$ − ツ m − テ : $2m^2-4m-2$

3

(1)　$\dfrac{ア}{イ}:\dfrac{1}{3}$　$\dfrac{ウ}{エ}:\dfrac{1}{3}$　$\dfrac{オ}{カ}:\dfrac{1}{3}$

(2)　(i) $\dfrac{キ}{ク}:\dfrac{3}{4}$　(ii) $\dfrac{ケ}{コ}:\dfrac{1}{4}$　$\dfrac{サ}{シ}:\dfrac{3}{5}$　$\dfrac{ス}{セ}:\dfrac{4}{5}$

(3)　(i) $\dfrac{ソ}{タ}:\dfrac{1}{3}$　(ii) $\dfrac{チ}{ツテ}:\dfrac{5}{36}$

(4)　$\dfrac{トナ}{ニヌネ}:\dfrac{65}{144}$

4

(1)　$\dfrac{ア}{イ}:\dfrac{1}{4}$

(2)　$\dfrac{ウ-\log 4x}{エ\,x\sqrt{x}}:\dfrac{2-\log 4x}{2x\sqrt{x}}$　$\dfrac{オ}{カ}e^{キ}:\dfrac{1}{4}e^2$　ク : 4

(3)　ケ $\log 4t$ − コ : $3\log 4t-2$　$\dfrac{サ}{シ}e^{\frac{ス}{セ}}:\dfrac{1}{4}e^{\frac{8}{3}}$　ソ $e^{-\frac{タ}{チ}}:6e^{-\frac{4}{3}}$

(4)　(i) ツ $e^{テ}$ + ト : $2e^2+2$　(ii) $\dfrac{ナニ}{ヌ}:\dfrac{64}{3}$