2024 年度　昭和大学（前期）

医学部　試験時間：140 分（英数合わせて）

全問必答

1　n は正の整数とする。次の各問いに答えよ。ただし，答えは結果のみを解答欄に記入せよ。

(1)　2 次方程式 $x^2-x-1=0$ の 2 解を α，β（$\alpha<\beta$）とし，$a_n=\alpha^n+\beta^n$ で定まる数列 $\{a_n\}$ を考える。次の各問いに答えよ。

(i)　a_1，a_2，a_3，a_4 の値を求めよ。

(ii)　$n\geqq 3$ とする。一般項 a_n を a_{n-1} と a_{n-2} を用いて表せ。

(iii)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$ を求めよ。

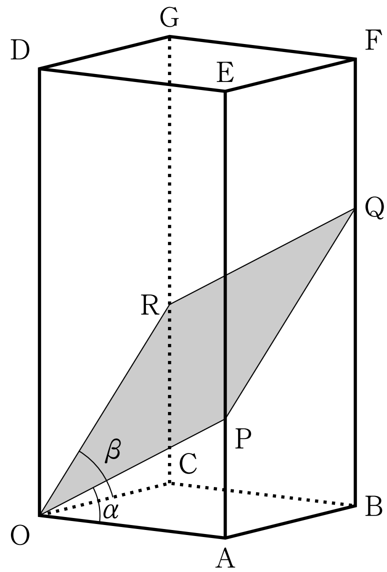
(2)　n を 3 以上の整数，$1\leqq j\leqq n$，$1\leqq k\leqq n$ を満たす整数 j，k の組 $(j,\ k)$ 全体の集合を I とする。次の各問いに答えよ。ただし，結果はできる限り因数分解した n の式で答えよ。

(i)　組 $(j,\ k)$ が I 全体を動くとき，積 jk の総和 S_1 を求めよ。

(ii)　組 $(j,\ k)$ が $j<k$ を満たして I の中を動くとき，積 jk の総和 S_2 を求めよ。

(iii)　組 $(j,\ k)$ が $j<k-1$ を満たして I の中を動くとき，積 jk の総和 S_3 を求めよ。

2　1 辺の長さが 1 の正方形を底面とする立方体 OABC−DEFG を考える。点 O を通る平面で立方体を切断し，右図のように 3 点 P，Q，R をとる。ただし，点 Q は辺 BF 上にあるものとする。切断面の面積を S，$\alpha=\angle\mathrm{AOP}$，$\beta=\angle\mathrm{COR}$ とする。以下の問いに答えよ。ただし，答えは結果のみを解答欄に記入せよ。



(1)　$\gamma=\angle\mathrm{POR}$ とする。$\cos\gamma$ を $\tan\alpha$，$\tan\beta$ を用いて表せ。

(2)　面積 S を $\tan\alpha$，$\tan\beta$ を用いて表せ。

(3)　$\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{4}$，$S=\dfrac{7}{6}$ とする。次の各問いに答えよ。

(i)　$\tan\alpha+\tan\beta$ の値を求めよ。

(ii)　$\tan\alpha\tan\beta$ の値を求めよ。

3　xyz 空間に 3 辺が AB ＝ 6，BC ＝ 7，CA ＝ 5 の三角形 ABC がある。点 P が三角形 ABC の辺上を一周する。次の各問いに答えよ。ただし，答えは結果のみを解答欄に記入せよ。

(1)　三角形 ABC の面積 S_1 を求めよ。

(2)　三角形 ABC の内接円の半径 r を求めよ。

(3)　三角形 ABC と同一平面上にあり，点 P を中心とする半径 t（$0<t \leqq 1$）の円を E とする。

　(i)　三角形 ABC の内部で円 E が通過しない部分の面積 S_2 を t を用いて表せ。

　(ii)　円 E が通過する部分の面積 S_3 を t を用いて表せ。

(4)　点 P を中心とする半径 1 の球を F とする。球 F が通過する部分の体積 V を求めよ。

4　スペード，ハート，ダイヤ，クラブの各種類について，J，Q，K の 3 枚のカードがある。すなわちカードは全部で 12 枚ある。この中から無作為に 4 枚のカードを選ぶ。選ばれた 4 枚のカードについて，次の各問いに答えよ。ただし，答えは結果のみを解答欄に記入せよ。

(1)　4 枚のカードがスペード，ハート，ダイヤ，クラブのうちの 2 種類のみからなる確率を求めよ。

(2)　4 枚のカードがスペード，ハート，ダイヤ，クラブのうちの 3 種類のみからなる確率を求めよ。

(3)　スペード，ハート，ダイヤ，クラブの 4 種類がそろう確率を求めよ。

(4)　J，Q，K がすべて選ばれる確率を求めよ。

(5)　スペード，ハート，ダイヤ，クラブの 4 種類がそろい，かつ，J，Q，K がすべて選ばれる確率を求めよ。

2024 年度　昭和大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)

(i) $a_1=1$，$a_2=3$，$a_3=4$，$a_4=7$

(ii) $a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$

(iii) $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

(2)

(i) $S_1=\dfrac{1}{4}n^2(n+1)^2$

(ii) $S_2=\dfrac{1}{24}(n-1)n(n+1)(3n+2)$

(iii) $S_3=\dfrac{1}{8}(n-2)(n-1)n(n+1)$

2

(1) $\cos\gamma=\dfrac{\tan\alpha\tan\beta}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}\sqrt{1+\tan^2\beta}}$

(2) $S=\sqrt{\tan^2\alpha+\tan^2\beta+1}$

(3) (i) $\tan\alpha+\tan\beta=\dfrac{5}{6}$

(ii) $\tan\alpha\tan\beta=\dfrac{1}{6}$

3

(1) $S_1=6\sqrt{6}$

(2) $r=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

(3) (i) $S_2=\dfrac{\sqrt{6}}{4}(3t-2\sqrt{6})^2$

(ii) $S_3=\left(\pi-\dfrac{9\sqrt{6}}{4}\right)t^2+36t$

(4) $V=\dfrac{58}{3}\pi-3\sqrt{6}$

4

(1) $\dfrac{2}{11}$　(2) $\dfrac{36}{55}$　(3) $\dfrac{9}{55}$　(4) $\dfrac{32}{55}$　(5) $\dfrac{4}{55}$