

2024 年度 東京慈恵会医科大学 (前期)

医学部

試験時間：90 分

全問必答

1 次の にあてはまる適切な数値を解答欄に記入せよ。

1 から 3 までの番号をつけた赤玉 3 個と、1 から 3 までの番号をつけた白玉 3 個が入った袋から、玉を 1 個ずつ 3 回取り出し、玉に書かれた番号を取り出した順に a_1, a_2, a_3 とする。ただし、取り出した玉はもとに戻さないものとする。

取り出した 3 個の玉が、赤玉 2 個、白玉 1 個であったとき、

$$a_1 < a_2 < a_3 \text{ となる条件付き確率は } \boxed{\text{(ア)}},$$

$$a_1 < a_2 \text{ かつ } a_2 > a_3 \text{ となる条件付き確率は } \boxed{\text{(イ)}}$$

である。

2 $1 < a < 2$ をみたす実数 a について、

$$S(a) = \int_1^2 |\log(1+x) - \log ax| dx$$

とするとき、次の問いに答えよ。ただし、 \log は自然対数である。

- (1) a の値に応じて、 $1 \leq x \leq 2$ の範囲で方程式 $\log(1+x) - \log ax = 0$ の解の個数を調べよ。
- (2) $S(a)$ を求めよ。
- (3) $S(a)$ ($1 < a < 2$) の最小値と、そのときの a の値を求めよ。

3 p, q は互いに素である自然数とする。実数 a, b, c に対して、 x の 2 次多項式 $f(x) = ax^2 + bx + c$ を考える。ただし、 $a \neq 0$ とする。

$f(x)$ が条件「ある整数 k について $f(k-1), f(k), f(k+1)$ は整数となり、 $f(x)$ は $px - q$ で割り切れる」をみたすとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\frac{2a}{p}, \frac{2c}{q}$ は整数であることを示せ。
- (2) 命題「 $f(x)$ が上の条件をみたすならば、 $\frac{a}{p}, \frac{c}{q}$ は整数である」は正しいか。正しいければそれを示せ。正しくないければ、反例を 1 つあげよ。

4 O を原点とする xyz 空間において、3 点 $A\left(1, \frac{2}{\sqrt{3}}, 0\right), B\left(-1, \frac{2}{\sqrt{3}}, 0\right), C(0, 0, 2)$ の定める平面 ABC 上に O から垂線 OH を下ろす。平面 ABC において、 H を中心とする半径 1 の円板 (内部を含む) D を考えるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 平面 $z = t$ が D と交わるような t の値の範囲を求めよ。
- (2) D を z 軸のまわりに 1 回転させるとき、 D が通過してできる立体 K の体積 V を求めよ。

2024 年度 東京慈恵会医科大学 (前期)

医学部

(略解)

☞ 証明, 図示などは省略

1 (ア) : $\frac{1}{18}$ (イ) : $\frac{2}{9}$

2

(1) $\begin{cases} 1 < a < \frac{3}{2} \text{ のとき, } 0 \text{ 個} \\ \frac{3}{2} \leq a < 2 \text{ のとき, } 1 \text{ 個} \end{cases}$

(2) $S(a) = \begin{cases} 3\log 3 - 4\log 2 - \log a & (1 < a < \frac{3}{2}) \\ 5\log a - 2\log(a-1) - 3\log 3 & (\frac{3}{2} \leq a < 2) \end{cases}$

(3) 最小値 : $5\log 5 - 6\log 3 - 2\log 2$ ($a = \frac{5}{3}$)

3

(1) 証明は省略

(2) 正しくない。反例は, $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{2}$, $c = 0$

4

(1) $\frac{1-\sqrt{3}}{2} \leq t \leq \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

(2) $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$