

2024 年度 東北医科薬科大学 (前期)

医学部

試験時間：70 分

全問必答

1 座標平面上の3次曲線 $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ (a, b, c は定数) が、次の2つの条件 (i), (ii) を満たすとする。

(i) $x = p$ で極小値 1 をとり、 $x = q$ で極大値をとる。

(ii) $y = f(x)$ の変曲点 $(r, f(r))$ の y 座標は $f(r) = 3$ である。

このとき、以下の問に答えなさい。

(1) (1-1) $q = -\frac{\text{ア}a + \text{イ}p}{\text{ウ}}$, 極大値は $f(q) = \text{エ}$ である。

(1-2) $y = f(x)$ と直線 $y = 1$ とで囲まれた図形の面積は $\frac{\text{オカ}}{\text{キ}}$ である。

(2) 2点 $(p, 1), (q, f(q))$ を通る直線を l とおく。

(2-1) l の傾きは クケ である。

(2-2) l が点 $(3, -9)$ を通るとき、 $p = \text{コサ}$, $a = \text{シ}$ である。

2 座標平面上の動点 P は原点 O の位置にある。この点 P を次の試行により移動させる。

赤球 4 個, 青球 3 個, 黄球 2 個, 白球 1 個の計 10 個の球が袋の中に入っている。この袋から赤球を取り出したときは点 P を x 軸方向に +1 だけ, 青球を取り出したときは点 P を y 軸方向に +1 だけ, 黄球を取り出したときは点 P を x 軸方向に -1 だけ, 白球を取り出したときは点 P を y 軸方向に -1 だけ移動させるという指示である。このとき, 以下の問に答えなさい。

- (1) 袋の中から 1 個球を取り出し, その球の指示に従い点 P を移動し, 取り出した球を袋に戻す。この試行を 2 回行った後, 点 P が元の原点 O の位置にある確率は $\frac{\text{アイ}}{\text{ウエ}}$ であり, O と P の距離 OP が $OP > 1$ となる確率は $\frac{\text{オカ}}{\text{キク}}$ である。
- (2) 袋の中から 1 個球を取り出し, その球の指示に従い点 P を移動し, 取り出した球を袋に戻す。この試行を 4 回行った後, 点 P が元の原点 O の位置にある確率は $\frac{\text{ケコサ}}{\text{シスセソ}}$ である。
- (3) 袋の中から 1 個ずつ元に戻さずに 5 回取り出し, 取り出した順の指示に従って点 P を 5 回移動する。このとき, 点 P が y 軸上にある確率は $\frac{\text{タ}}{\text{チ}}$ である。
- (4) 袋の中から 1 個ずつ元に戻さずに 6 回取り出し, 取り出した順の指示に従って点 P を 6 回移動する。このとき, 点 P が直線 $y = x$ 上にある確率は $\frac{\text{ツテ}}{\text{トナ}}$ である。

3 座標平面において, 極方程式 $r = \frac{3}{5 - 3\cos\theta}$ で与えられる楕円の直交座標 (x, y) による方程式を $f(x, y) = 0$ とおく。以下の問に答えなさい。

- (1) 楕円 $f(x, y) = 0$ の長軸の長さは $\frac{\text{アイ}}{\text{ウ}}$, 短軸の長さは $\frac{\text{エ}}{\text{オ}}$ である。
- (2) 楕円 $f(x, y) = 0$ の焦点は $\left(\frac{\text{カ}}{\text{キ}}, \text{ク}\right)$ と $\left(\text{ケ}, \text{コ}\right)$ である。ただし, $\text{ケ} < \frac{\text{カ}}{\text{キ}}$ とする。
- (3) 楕円 $f(x, y) = 0$ を y 軸に関して対称な楕円になるように x 軸方向に平行移動する。この y 軸対称の楕円の方程式を $g(x, y) = 0$ とする。楕円 $g(x, y) = 0$ と直線 $16\sqrt{3}x + 20y - 15\sqrt{3} = 0$ の 2 つの共有点の座標は

$$\left(\frac{\text{サシ}}{\text{スセ}}, \frac{\text{ソ}\sqrt{\text{タ}}}{\text{チ}}\right) \text{ および } \left(\frac{\text{ツテ}}{\text{トナ}}, \text{ニ}\right)$$

である。ただし, $\frac{\text{サシ}}{\text{スセ}} < \frac{\text{ツテ}}{\text{トナ}}$ とする。

2024 年度 東北医科薬科大学 (前期)**医学部**

(略解)

📄 証明, 図示などは省略

1

(1) (1-1) ア~ウ : $-\frac{2a+3b}{3}$ エ : 5

(1-2) オ~キ : $\frac{27}{4}$

(2) (2-1) ク~ケ : -2

(2-2) コ~サ : -2 シ : 9

2

(1) ア~エ : $\frac{11}{50}$ オ~ク : $\frac{39}{50}$

(2) ケ~ソ : $\frac{507}{5000}$

(3) タ~チ : $\frac{2}{9}$

(4) ツ~ナ : $\frac{10}{21}$

3

(1) ア~ウ : $\frac{15}{8}$ エ~オ : $\frac{3}{2}$

(2) カ~ク : $(\frac{9}{8}, 0)$ ケ~コ : (0, 0)

(3) サ~チ : $(\frac{15}{32}, \frac{3\sqrt{3}}{8})$ ツ~ニ : $(\frac{15}{16}, 0)$