

## 2024 年度 横浜市立大学 (前期)

医学部

試験時間：120 分

全問必答

1 以下の各問いに答えなさい。ただし、解答のみを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

- (1)  $a$  を 0 ではない実数とします。曲線  $y = ax^2 + 2ax + a + 1$  と直線  $y = ax + a$  が接するとき、 $a$  の値を求めなさい。
- (2) 球  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z = 35$  と平面  $x + 2y + 3z = 2$  の共通部分である円の面積を求めなさい。
- (3)  $O$  を原点とする座標平面上の曲線  $C: 4x^2 + y^2 = (x^2 + y^2)^2$  の上を点  $P(x, y)$  が動いているとき、点  $P(x, y)$  の  $y$  座標を最大にするような線分  $OP$  の長さを求めなさい。

(4) 数列

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}, \frac{1}{5}, \frac{2}{4}, \frac{3}{3}, \frac{4}{2}, \frac{5}{1}, \dots$$

の左から第  $n$  番目に出現する項を第  $n$  項と呼ぶことにします。たとえば、第 4 項は  $\frac{1}{3}$ 、第 8 項は  $\frac{2}{3}$  となります。このとき、第 200 項を求めなさい。

2 
$$\frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\cos \theta} = \sqrt{3} \dots\dots (\text{条件 A})$$

が成り立つとき、次の各問いに答えなさい。

- (1)  $\sin \theta \cos \theta$  の値を求めなさい。
- (2)  $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta$  の値を求めなさい。
- (3) (条件 A) に加えて、さらに  $-360^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$  かつ  $\sin \theta < \cos \theta$  をみたす異なる  $\theta$  の個数を求めなさい。

**3** 1 から 9 までの数字を書いたカードが 9 枚あります。このカードを用いた操作について、次の各問いに答えなさい。ただし、各カードに書かれている数字は 1 つだけであり、異なるカードに書かれている数字は異なるものとします。

- (1) 9 枚のカードを 1 枚ずつ 9 人に配り、カードの数字をおぼえてから 9 枚の封筒を用意し、それぞれの封筒に 1 枚ずつカードを入れます。封筒に入れたカードの数を読み取ることはできません。この封筒をランダムに 9 人に 1 つずつ再配布します。9 人のうち、ちょうど 5 人が元のカードを手にする確率を求めなさい。
- (2) 9 枚のカードからランダムに 3 枚を選びます。このように選ばれたカードの書かれた数字の大きい順に  $x, y, z$  とします。 $x - y = y - z$  となる場合の確率を求めなさい。
- (3) 左から順に  $a_1, a_2, \dots, a_9$  とラベルがつけられている箱に 9 枚のカードをランダムに入れます。ただし、ひとつの箱に入るカードは 1 枚だけです。箱  $a_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 9$ ) の中にあるカードの数字を、箱  $a_i$  それぞれに割り当てられるものとして、その数字で  $a_i$  の大小を考えることにしました。たとえば、箱  $a_1$  にカード 3 が入り、箱  $a_5$  にカード 1 が入っているときには  $a_1 > a_5$  であるなどということにします。

いま、 $a_i$  の大小関係が条件

- $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$
- $a_6 < a_5 < a_4$
- $a_6 < a_7 < a_8 < a_9$

をみたすとき、このような関係となるカードの並び方は何通りありますか。

**4** 以下の各問いに答えなさい。

- (1) 関数  $\tan x$  の導関数を求めなさい。
- (2) 関数  $\frac{1}{x \sin x + \cos x}$  の導関数を求めなさい。
- (3) 不定積分  $\int \frac{x^2}{(x \sin x + \cos x)^2} dx$  を求めなさい。

## 2024年度 横浜市立大学（前期）

医学部

（略解）

📄 証明，図示などは省略

**1**

(1)  $a = 4$

(2)  $35\pi$

(3)  $\sqrt{2}$

(4)  $\frac{10}{11}$

**2**

(1)  $-\frac{1}{3}$

(2)  $\frac{4}{9}$

(3) 2

**3**

(1)  $\frac{1}{320}$

(2)  $\frac{4}{21}$

(3) 379 通り

**4**

(1)  $\frac{1}{\cos^2 x}$

(2)  $-\frac{x \cos x}{(x \sin x + \cos x)^2}$

(3)  $-\frac{x}{\cos x(x \sin x + \cos x)} + \tan x + C$