2024 年度　金沢大学（前期）

医学部　試験時間：120 分

全問必答

1　次の問いに答えよ。

(1)　関数 $f(x)=e^{-x}\sin x$ と $g(x)=e^{-x}\cos x$ の導関数 $f'(x)$，$g'(x)$ を求めよ。

(2)　整数 k に対し，定積分 $\displaystyle\int_{k\pi}^{(k+1)\pi} e^{-x}\sin x\,dx$ を求めよ。

(3)　極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^{n\pi} e^{-x}|\sin x|\,dx$ を求めよ。

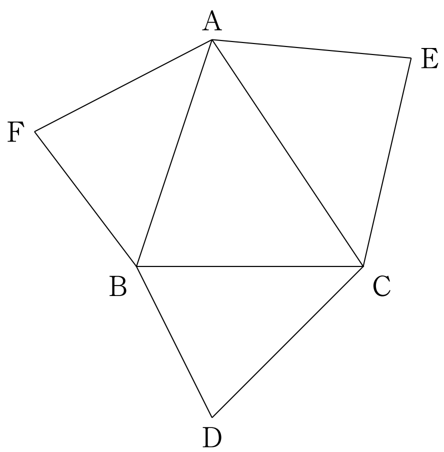
2　虚数単位を i とし，複素数 α を，$\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$ とする。また，実数 u，v に対し，複素数 w，z を，$w=u+vi$，$z=\alpha w$ とする。次の問いに答えよ。

(1)　z の実部と虚部，および $|z|$ を，それぞれ u と v を用いて表せ。

(2)　$u+\sqrt{3}v-1=0$ のとき，実数 s，t を $s+ti=z^2$ で定める。$t^2=s+\dfrac{1}{4}$ であることを示せ。

(3)　$u+\sqrt{3}v-1=0$ のとき，実数 a，b を $a+bi=w^2$ で定める。xy 平面において，点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ と直線 $x-\sqrt{3}y+1=0$ の距離は，P と原点の距離に等しいことを示せ。

3　次の図は，ある四面体 T の展開図である。ここで，$\mathrm{AB}=\sqrt{10}$，$\mathrm{AC}=\sqrt{13}$，$\mathrm{BF}=\sqrt{5}$，$\mathrm{AF}=\sqrt{7}$，および $\overrightarrow{\mathrm{AD}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}=0$，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=7$ である。このとき，三角形 ABC の面積および四面体 T の体積を求めよ。



4　n を自然数とする。3 辺の長さが $\sqrt{a_n}$，$\sqrt{a_{n+1}}$，$\sqrt{a_{n+1}}$ である二等辺三角形の面積が $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ となる数列 $\{a_n\}$ を考える。次の問いに答えよ。

(1)　3 辺の長さが $\sqrt{a}$，$\sqrt{b}$，$\sqrt{b}$ である二等辺三角形の面積を求めよ。

(2)　漸化式 $a_{n+1}=\dfrac{1}{4}\left(a_n+\dfrac{3}{a_n}\right)$ を示せ。また，$a_{n+1} \geqq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ であることを示せ。

(3)　等式 $a_{n+1}-1=\dfrac{a_n-3}{4a_n}(a_n-1)$ を示せ。

(4)　$|a_1-1| \leqq \dfrac{1}{4}$ とする。このとき，すべての n について，

$$|a_{n+1}-1| \leqq \frac{3}{4}|a_n-1|$$

が成り立つことを示し，極限 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ を求めよ。

2024 年度　金沢大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　$f'(x) = -e^{-x}(\sin x - \cos x)$，$g'(x) = -e^{-x}(\sin x + \cos x)$

(2)　$\dfrac{(-1)^k}{2} e^{-k\pi}(e^{-\pi} + 1)$　　(3)　$\dfrac{e^{\pi} + 1}{2(e^{\pi} - 1)}$

2

(1)　$\mathrm{Re}(z) = \dfrac{\sqrt{3}u - v}{2}$，$\mathrm{Im}(z) = \dfrac{u + \sqrt{3}v}{2}$，$|z| = \sqrt{u^2 + v^2}$

(2)　証明は省略　　(3)　証明は省略

3

面積：$\dfrac{9}{2}$，体積：$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

4

(1)　$\dfrac{1}{4}\sqrt{a(4b - a)}$　　(2)　証明は省略

(3)　証明は省略　　(4)　証明は省略，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 1$

© 大学受験・数学塾　管理人：makoto