2024 年度　防衛医科大学（一般）

医学部　　試験時間：90 分

全問必答

1から**3**にある $\boxed{\ 1\ }$ から $\boxed{\ 6\ }$ については，与えられた選択肢の中から正しい選択肢を選び，その番号をマークシートにマークせよ。**4**から**6**にある $\boxed{\ 7\ }$ から $\boxed{\ 24\ }$ については，当てはまる数字の 0～9 を求めてマークシートにマークせよ。**7** の解答は記述式の解答用紙に記載せよ。

1　座標平面上に 2 つの放物線 $C_1: y = x^2 + 2$，$C_2: y = -x^2 + ax + b$（a，b は実数）がある。C_1 と C_2 が異なる 2 点 A，B を共有し，A，B どちらにおいても C_1 の接線と C_2 の接線が直交するとする。このとき A，B の x 座標をそれぞれ α，β とすると，$\alpha\beta$ の値は $\boxed{\ 1\ }$ である。さらに，C_1，C_2 で囲まれた部分の面積が $\sqrt{3}$ であるとき，$|ab|$ の値は $\boxed{\ 2\ }$ である。

$\boxed{\ 1\ }$ の選択肢

(1) $-\dfrac{1}{4}$　(2) $-\dfrac{1}{2}$　(3) 1　(4) $\dfrac{1}{4}$　(5) $\dfrac{1}{2}$

$\boxed{\ 2\ }$ の選択肢

(1) $4\sqrt{2}$　(2) $4\sqrt{3}$　(3) $5\sqrt{2}$　(4) $5\sqrt{3}$　(5) $6\sqrt{2}$

2　正の実数 x の関数 $f(x) = \log x$ がある。$y = f(x)$ の逆関数を $y = g(x)$ とする。また，$h(x) = 4x + k$ がある。ここで，k は実数の定数，$\log x$ は自然対数であり，自然対数の底を e とする。なお，$2.7 < e < 2.8$ である。また，区間 $[1,\ e]$ を I とする。ある実数の定数 m があって，I 内の全ての x に対して $h(x) \geqq m \geqq f(x)$ が成り立っているとする。このような k のうち最小のものは $\boxed{\ 3\ }$ である。
また，I 内のある x に対して $h(x) \geqq n \geqq g(x)$ となる実数の定数 n が存在するとする。このような k のうち最小のものは $\boxed{\ 4\ }$ である。

$\boxed{\ 3\ }$ の選択肢

(1) 1　(2) 0　(3) -1　(4) -2　(5) -3

$\boxed{\ 4\ }$ の選択肢

(1) $4 + 2\log 2$　(2) $4 - 2\log 2$　(3) $4 - 4\log 2$　(4) $4 - 8\log 2$　(5) $4 - 12\log 2$

3　複素平面において，原点 O ではない点 $P(z_1)$ を O を中心として反時計回りに $\frac{7}{6}\pi$ だけ回転し，さらに，実軸の正の方向に 2 だけ平行移動した点を $Q(z_2)$ とする。$z_1 = a + bi$，$z_2 = b - ai$（a，b は実数）となるような a と b の組 $(a,\ b)$ は $\boxed{\ 5\ }$ である。また，$(a,\ b)$ がこの組であるとき，△POQ の内接円の中心を表す複素数は $\boxed{\ 6\ }$ となる。ここで，i は虚数単位である。

$\boxed{\ 5\ }$ の選択肢

(1)　$(a,\ b) = (\sqrt{2},\ 1)$　(2)　$(a,\ b) = (\sqrt{3},\ 1)$　(3)　$(a,\ b) = (\sqrt{2},\ 2)$

(4)　$(a,\ b) = (\sqrt{3},\ 2)$　(5)　$(a,\ b) = (2,\ 1)$

$\boxed{\ 6\ }$ の選択肢

(1)　$\dfrac{2+\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2} + \dfrac{2+\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}i$　(2)　$\dfrac{2-\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2} + \dfrac{2-\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}i$

(3)　$\dfrac{2-\sqrt{2}-2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2} + \dfrac{2-\sqrt{2}-2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2}i$　(4)　$\dfrac{2+\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2} - \dfrac{2+\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}i$

(5)　$\dfrac{2-\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2} - \dfrac{2-\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}i$

4　整数 n に対する不定方程式 $5x + 7y = n$ の整数解の組 $(x,\ y)$ を考える。$n = 141$ のとき，$x>0$ かつ $y>0$ となる整数解の組は全部で $\boxed{\ 7\ }$ 組ある。また $x>0$ かつ $y<0$ かつ $x - y \leqq 48$ となる整数解の組がちょうど 3 組になる n のうち最大のものは $\boxed{\ 8\ }\boxed{\ 9\ }\boxed{\ 10\ }$ である。

5　$\angle A = \frac{5}{9}\pi$，$\angle B = \frac{5}{18}\pi$，$\angle C = \frac{1}{6}\pi$ の △ABC において，辺 AC 上に $\angle ABD = \frac{1}{6}\pi$ となる点 D をとる。また，点 A から辺 BC 上に垂線を下ろし，辺 BC との交点を H とし，直線 AH と直線 BD の交点を E とする。$\dfrac{\tan\frac{5}{18}\pi\tan\frac{7}{18}\pi}{\tan\frac{1}{3}\pi\tan\frac{4}{9}\pi} = \dfrac{\boxed{\ 11\ }}{\boxed{\ 12\ }}$ となるため，$\angle CEH = \dfrac{\boxed{\ 13\ }}{\boxed{\ 14\ }}\pi$ である。（分数はそれ以上約分できない形で解答すること。）

6　ある科目の授業が週に 1 回あり，2 人の学生がその授業を受けることになっている。どちらの学生も，独立に 0.8 の確率で授業に出席するものとする。ただし，授業の出席人数が 0 人になったときは，どちらの学生も次の週の授業には独立に 0.9 の確率で出席するものとする。第 1 回目の授業に出席する確率はどちらも 0.8 である。第 n 回目の授業の出席人数が 0 人である確率を a_n とする（$n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$）。このとき，a_2 の値は $\dfrac{\boxed{\ 15\ }\boxed{\ 16\ }}{\boxed{\ 17\ }\boxed{\ 18\ }\boxed{\ 19\ }\boxed{\ 20\ }}$ である。また，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n$ の値は $\dfrac{\boxed{\ 21\ }}{\boxed{\ 22\ }\boxed{\ 23\ }\boxed{\ 24\ }}$ である。（分数はそれ以上約分できない形で解答すること。）

7　座標平面上に点 $A(1,\ 0)$ がある。原点を O とし，0 より大きい整数 n に対して点 P_k の座標を $\left(0,\ \dfrac{k}{n}\right)$ とする（$k = 1,\ 2,\ \cdots,\ n$）。このとき，以下の問に答えよ。

(1)　$\triangle AOP_k$ の外接円の面積を b_k としたとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{b_k}{n}$ はいくらか。

(2) (i)　実数 x について，$\sqrt{x^2+1} + x = t$ とおいたとき，$\sqrt{x^2+1}$ を t で表せ。

(ii)　定積分 $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{x^2+1}\,dx$ の値を求めよ。

(3)　$\triangle AOP_k$ の内接円の半径を c_k としたとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{c_k}{n}$ はいくらか。

2024 年度　防衛医科大学（一般）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1　**1**：(1) $-\frac{1}{4}$　**2**：(3) $5\sqrt{2}$

2　**3**：(5) -3　**4**：(4) $4-8\log 2$

3　**5**：(2) $(a,\ b)=(\sqrt{3},\ 1)$　**6**：(2) $\dfrac{2-\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2}+\dfrac{2-\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}i$

4　**7**：4　**8**〜**10**：108

5　**11**，**12**：$\frac{1}{3}$　**13**，**14**：$\frac{4}{9}$

6　**15**〜**20**：$\frac{97}{2500}$　**21**〜**24**：$\frac{4}{103}$

7

(1) $\frac{\pi}{3}$

(2) (i) $\sqrt{x^2+1}=\frac{1}{2}\left(t+\frac{1}{t}\right)$　(ii) $\frac{1}{2}\left\{\sqrt{2}+\log\left(1+\sqrt{2}\right)\right\}$

(3) $\frac{1}{4}\left\{3-\sqrt{2}-\log\left(1+\sqrt{2}\right)\right\}$