2025 年度　佐賀大学（前期）

医学部　試験時間：120 分

全問必答

1　1 から 6 の目が 1 つずつ書いてあるが，$k=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$ について，k の目が出る確率が，1 の目が出る確率の k 倍であるさいころを考える。次の問に答えよ。

(1)　このさいころを 1 回投げたとき，3 の目が出る確率を求めよ。

(2)　n を 2 以上の自然数とする。このさいころを n 回投げたとき，3 の目が 2 回以上出る確率を n を用いて表せ。

(3)　このさいころを 2 回投げて出る目の和が偶数になるとき，3 の目が 1 回以上出る条件付き確率を求めよ。

2　O を原点とする座標空間上に 3 点 $\mathrm{A}(1,\ 0,\ 0)$，$\mathrm{B}(0,\ 2,\ 0)$，$\mathrm{C}(0,\ 0,\ 1)$ をとり，点 C を中心とする半径 1 の球面を S とする。点 P が S 上を動くとき，次の問に答えよ。

(1)　球面 S の方程式を求めよ。

(2)　点 $\mathrm{Q}(a,\ b,\ c)$ は，点 P のとり方によらず，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BP}}-\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CP}}=2$ を満たすとする。定数 a，b，c の値を求めよ。

(3)　点 P が S 上を動くときの，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BP}}$ と $\mathrm{AP}^2+\mathrm{BP}^2$ の最大値をそれぞれ求めよ。

3　n を 0 以上の整数とする。次の問に答えよ。

(1)　関数 $y=\dfrac{(\log x)^{n+1}}{x}$ （$x>1$）の極値を n を用いて表せ。

(2)　(1) の結果を用いて，$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{(\log x)^n}{x}=0$ を示せ。

(3)　極限

$$I_n=\lim_{x\to\infty}\int_1^x\frac{(\log t)^n}{t^2}\,dt$$

について，I_n の漸化式を求め，I_n を n を用いて表せ。

4　$\alpha=3+4i$ とし，複素数平面上で

$$z\overline{z}-\overline{\alpha}z-\alpha\overline{z}=0$$

を満たす点 z 全体が表す図形を C とする。次の問に答えよ。

(1)　C はどのような図形になるか。

(2)　原点と C 上の 3 点が正方形の 4 つの頂点をなすとき，この 3 点を表す複素数をそれぞれ求めよ。

(3)　C 上の点 z について，複素数平面上の 3 点 0，α，z が鈍角三角形の 3 つの頂点をなすとき，複素数 $z=a+bi$ の実部 a がとる値の範囲を求めよ。

2025 年度　佐賀大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　$\dfrac{1}{7}$　　(2)　$1-\dfrac{(n+6)\cdot 6^{n-1}}{7^n}$　　(3)　$\dfrac{1}{5}$

2

(1)　$x^2+y^2+(z-1)^2=1$　　(2)　$a=-1$，$b=-2$，$c=2$

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BP}}$ の最大値：5，$\mathrm{AP}^2+\mathrm{BP}^2$ の最大値：15

3

(1)　極大値：$\left(\dfrac{n+1}{e}\right)^{n+1}$　$(x=e^{n+1})$，極小値：なし

(2)　証明は省略

(3)　$I_n=nI_{n-1}$ $(n \geqq 1)$，$I_n=n!$ $(n \geqq 0)$

4

(1)　点 $3+4i$ を中心とする半径 5 の円

(2)　$6+8i$，$-1+7i$，$7+i$

(3)　$b \geqq 4$ のとき，$-1<a \leqq 8$ かつ $a \neq 6$，$b \leqq 4$ のとき，$7<a \leqq 8$