2025 年度　大阪医科薬科大学（前期）

医学部　試験時間：90 分

全問必答

1　次の問いに答えよ。

(1)　次の極限値を求めよ。

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{n^2}\cos\left(\frac{k^2\pi}{2n^2}\right)$$

(2)
$$a_n=\sum_{k=1}^{n}2k\sin\left(\frac{2k}{n}\pi\right)\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

で定義される数列 $\{a_n\}$ がある。p を 2 以上の整数とするとき，

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n^p}$$

を求めよ。

2　xyz 空間において，原点を通り，ベクトル $\overrightarrow{m}=(-6,\ 2,\ 5)$ に平行な直線 ℓ があり，また，点 $\mathrm{A}(-10,\ 0,\ 14)$，$\mathrm{B}(8,\ -1,\ -3)$ がある。次の問いに答えよ。

(1)　点 A から直線 ℓ に垂線をおろし ℓ との交点を C，同様に点 B から直線 ℓ に垂線をおろし ℓ との交点を D とする。C と D の座標を求めよ。また，ベクトルの大きさ $|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|$ と $|\overrightarrow{\mathrm{BD}}|$ を求めよ。

(2)　4 点 A，B，C，D は同一平面上にないことを示せ。

(3)　ℓ 上に動点 P があるとき，線分の長さの和 AP＋BP の最小値と，そのときの点 P の座標を求めよ。

3　原点を O とする xy 平面において，曲線 $C: y=x^2-x+2$ と直線 $L: y=2x$ で囲まれた図形を S とする。図形 S の境界に含まれる C 上の各点を P として，各点 P から L に垂線をおろし，垂線と L との交点を H とする。線分 PH，線分 OH の長さをそれぞれ r，h とする。次の問いに答えよ。

(1)　点 P の x 座標を t とするとき，r および h をそれぞれ t を用いて表せ。

(2)　図形 S を直線 L の周りに 1 回転させてできる立体の体積 V を求めよ。

4

(1)　n を正の整数とする。二項係数に関する等式

$${}_{2n}\mathrm{C}_n-{}_{2n}\mathrm{C}_{n-1}=\frac{{}_{2n}\mathrm{C}_n}{n+1}$$

が成り立つことを示せ。

(2)　コインを 1 枚投げる。投げたときの表裏の出る確率はそれぞれ $\frac{1}{2}$ である。表が出れば得点は 1 点とし，裏が出れば得点は -1 点とする。この試行を 12 回繰り返す。1 回目から k 回目までの合計得点を S_k 点とする。ただし S_1 点は 1 回目の得点である。次の問いに答えよ。

(i)　$S_{12}=0$ となる確率を求めよ。

(ii)　$S_{12}=0$ であったとき，S_1，S_2，$\cdots$，S_{11} がすべて負である確率を求めよ。

2025年度　大阪医科薬科大学（後期）

医学部　　試験時間：90 分

全問必答

1　関数 $f(x)$ を $f(x)=\dfrac{1}{2}\left(x+\dfrac{9}{x}\right)$ と定め，$y=f(x)$ のグラフを曲線 C とする。次の問いに答えよ。

(1)　関数 $f(x)$ の増減，極値，グラフの漸近線を調べ，曲線 C の概形をかけ。

(2)　曲線 C 上の点 A_1，A_2，$\cdots$，A_n，$\cdots$ および直線 $y=\dfrac{1}{2}x$ 上の点 B_1，B_2，$\cdots$，B_n，$\cdots$ を次のように定める。$\mathrm{A}_1(1,\ f(1))$ とする。$n=1$，2，3，$\cdots$ に対して，点 A_n を通り y 軸に平行な直線と直線 $y=\dfrac{1}{2}x$ との交点を B_n，点 B_n から曲線 C に接線を引いて接点を A_{n+1} とする。

(i)　$\mathrm{A}_n(a_n,\ f(a_n))$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ とするとき，a_{n+1} を a_n で表せ。また，数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(ii)　$b_n=(\log_2 a_n)\cdot(\log_2 a_{2n+2})$ とするとき，無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{b_n}$ の和を求めよ。

2　複素数 $z=\cos\dfrac{2}{7}\pi+i\sin\dfrac{2}{7}\pi$ について，次の問いに答えよ。ただし，i は虚数単位である。

(1)　$z^{567}+\dfrac{1}{z^{567}}$ の値を求めよ。

(2)　$(z+z^2+z^4)(z^3+z^5+z^6)$ の値を求めよ。

(3)　$z+z^2+z^3$ の実部の値を求めよ。

3　座標平面上に曲線 $C:y=\sqrt{x^2-4}$ $(x\geqq 2)$ がある。点 $(1,\ 0)$ を通る C の接線を ℓ とし，次の問いに答えよ。

(1)　直線 ℓ の方程式を求めよ。また，ℓ と曲線 C の接点の座標を求めよ。

(2)　t を 0 以上の実数とする。曲線 C と直線 $x=e^t+e^{-t}$ の共有点の y 座標を t を用いて表せ。

(3)　直線 ℓ，曲線 C および x 軸によって囲まれる部分の面積を求めよ。

4　1 から 10 までの数字が 1 つずつ書かれた 10 枚の番号札が箱の中に入っている。この箱から番号札を 1 枚取り出し，数字を記録してからもとに戻すという試行を 3 回繰り返す。記録した数字の最大値を X，最小値を Y とするとき，次の問いに答えよ。ただし，設問 (1) は結果のみを解答せよ。

(1)　$X>Y$ である確率を求めよ。

(2)　$X\leqq Y+2$ である確率を求めよ。

(3)　$X\geqq 8$ のとき，$Y\leqq 2$ である条件付き確率を求めよ。

2025 年度　大阪医科薬科大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1) $\dfrac{1}{\pi}$

(2) $\begin{cases} -\dfrac{1}{\pi} & (p=2) \\ 0 & (p>2) \end{cases}$

2

(1) C$(-12,\ 4,\ 10)$，D$(6,\ -2,\ -5)$　　(2) 証明は省略

(3) 最小値：$3\sqrt{74}$

3

(1) $r=\dfrac{-t^2+3t-2}{\sqrt{5}}$，$h=\dfrac{2t^2-t+4}{\sqrt{5}}$　　(2) $V=\dfrac{\sqrt{5}\pi}{150}$

4

(1) $\dfrac{231}{1024}$　　(2) $\dfrac{1}{22}$

2025年度　大阪医科薬科大学（後期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　極大値：-3（$x=-3$），極小値：3（$x=3$），漸近線：$y=\frac{1}{2}x$，$x=0$，図示は省略

(2)　(i) $a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n$，$a_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

(ii) $\frac{1}{2}$

2

(1)　2

(2)　2

(3)　$-\frac{1}{2}$

3

(1)　$y=\frac{2}{\sqrt{3}}x-\frac{2}{\sqrt{3}}$，$(4,\ 2\sqrt{3})$

(2)　$y=e^t-e^{-t}$

(3)　$2\log(2+\sqrt{3})-\sqrt{3}$

4

(1)　$\frac{99}{100}$

(2)　$\frac{4}{25}$

(3)　$\frac{30}{73}$