2025 年度　関西医科大学（前期）

医学部　試験時間：90 分

全問必答

1　以下の設問に答えよ。

(1)　a は 0 でない定数とする。座標平面上に原点 O と点 A(2,　0) をとり，線分 OA を直径とする円を C とする。また原点 O を焦点，直線 $x = \dfrac{a}{2}$ を準線とする放物線を D とする。C と D をそれぞれ極方程式で表せ。

(2)　k を定数とし，$0 < x < 2\pi$ の範囲において，2 つの関数 $f(x) = 2\cos x$，$g(x) = \dfrac{k}{2(1-\cos x)}$ を定める。$y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフの共有点の個数を求めよ。

2　m と n を $m < n$ を満たす自然数とする。以下の設問に答えよ。

(1)　$2024 = n^2 - m^2$ を満たす m，n の組は何通りあるか求めよ。

(2)　$2025 = n^2 - m^2$ を満たす m，n の組は何通りあるか求めよ。

(3)　2025 を m から n までの連続する自然数の和で表すことができる m，n の組は何通りあるか求めよ。

3　n を自然数とし，m を 3 以上の整数とする。1，2，…，m の m 個の数字の中から一つの数字を無作為に表示するルーレットがあり，このルーレットに表示される数字を用いてゲームの勝敗を次のように決める。

(i)　表示された数字が 1 であれば勝ちとしてゲームを終了する。

(ii)　表示された数字が，1 回前に表示された数字と同じであれば負けとしてゲームを終了する。（注意：1 回目に負けることはない。）

(iii)　ゲームの勝敗が決まらなかった場合は引き分けとし，再度ルーレットをまわして新たな数字を表示させる。

ちょうど n 回目に表示された数字によって，ゲームに勝つ確率を a_n，ゲームに負ける確率を b_n，引き分けとなる確率を c_n とする。以下の設問に答えよ。

(1)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(a_k - b_k)$ を m を用いて表せ。

(2)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(a_k + b_k)$ を c_n を用いて表せ。

(3)　c_n を m を用いて表せ。

(4)　$\dfrac{\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k}{\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} b_k}$ を m を用いて表せ。

4　xyz 空間において，$x^2+y^2 \leqq 1$ かつ $0 \leqq z \leqq 4x^3-3x+1$ を満たす領域を S とする。この領域 S のうち $\dfrac{1}{2} \leqq x$ を満たす部分を T，$x \leqq \dfrac{1}{2}$ を満たす部分を U とする。また，T の体積を V とする。以下の設問に答えよ。

(1)　$\cos 3\theta$ を $\cos\theta$ を用いて表せ。（答えだけで良い）

(2)　V を求めよ。

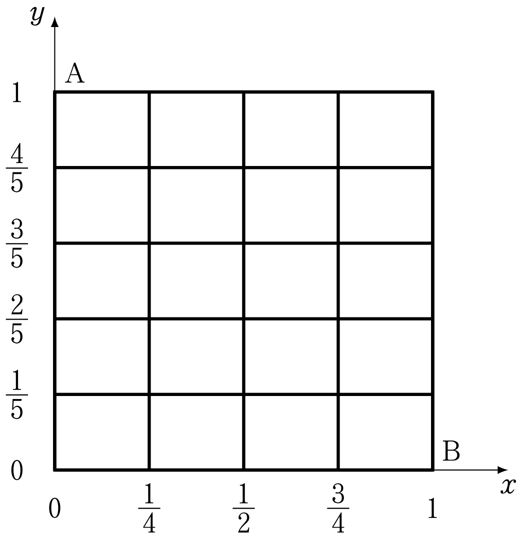
(3)　U の体積を V を用いて表せ。

(4)　T を，z 軸の周りに反時計回りに 120° 回転させた立体のうち，S に含まれる部分の体積を V を用いて表せ。

2025 年度　関西医科大学（後期）

医学部　試験時間：90 分　　全問必答

1　xy 座標平面上に下図の太線で示すような格子状の道路を設定し，この道路のみを通って移動する点を考える。今，ある点が，点 A(0，1) から点 B(1，0) まで最短の道のりで移動する。この点が移動する経路と，x 軸，y 軸によって囲まれた範囲の面積を S とする。囲まれる部分がないときは $S=0$ とする。



以下の設問に答えよ。なお，答えの導出過程は枠内に簡潔に記入し，各設問の答えは指定欄にそれぞれ記入すること。

(1)　A から B へ移動する道順が何通りあるか求めよ。

(2)　A から B へ移動する道順で，S が $\dfrac{2}{5}$ となるものは何通りあるか求めよ。

(3)　A から B へ移動する道順で，S が $\dfrac{3}{4}$ となるものは何通りあるか求めよ。

(4)　A から B へ移動する経路の途中の点の座標を $(x,\ y)$ と表す。(3) で求めた道順をすべて考えた時に，$x+y$ のとりうる値の範囲を求めよ。

2　実数 a を用いて，関数 $f(x)=x^4-6x^2-4ax$ と定める。α，β，γ が互いに異なる実数であるとき，$f(x)$ は $x=\alpha$，$x=\beta$，$x=\gamma$ でそれぞれ極値をとる。以下の設問に答えよ。なお，答えの導出過程は枠内に簡潔に記入し，各設問の答えは指定欄にそれぞれ記入すること。

(1)　a のとりうる値の範囲を求めよ。

(2)　$(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$ を a を用いて表せ。

(3)　$(1+\alpha)(1+\beta)(1+\gamma)$ を a を用いて表せ。

(4)　$(1-\alpha^2)(1-\beta^2)(1-\gamma^2)$ のとりうる値の範囲を求めよ。

3　数列 $\{a_n\}$ を，$a_1=1$，$a_2=2$，$na_{n+2}-2(n+1)a_{n+1}+(n+2)a_n=0$（$n=1$，2，3，……）と定める。また，$\{a_n\}$ の階差数列 $\{b_n\}$ を $b_n=a_{n+1}-a_n$（$n=1$，2，3，……）と定める。以下の設問に答えよ。

(1)　b_{n+1} を b_n を用いて表せ。

(2)　数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(3)　数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

4　θ を $0<\theta<\pi$ の範囲を動く媒介変数とする。原点を O とする xy 平面上に，点 $\mathrm{A}(\cos\theta,\ \sin\theta)$，点 $\mathrm{B}(\cos 2\theta,\ \sin 2\theta)$，点 $\mathrm{D}\left(-\dfrac{1}{3},\ 0\right)$ をとる。線分 AB を 1：2 に内分する点を N とし，N の軌跡を C とする。このとき，以下の設問に答えよ。

(1)　OA $/\!/$ DN であることを示せ。

(2)　DN の長さを θ を用いて表せ。

(3)　C の概形を描け。

(4)　直線 AB は C に接することを示せ。

2025 年度　関西医科大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　$C : r = 2\cos\theta$，$D : r = \dfrac{a}{2(1+\cos\theta)}$

(2)　$\begin{cases} k < -8,\ 1 < k \text{ のとき} & 0 \text{ 個} \\ k = -8 \text{ のとき} & 1 \text{ 個} \\ -8 < k \leqq 0,\ k = 1 \text{ のとき} & 2 \text{ 個} \\ 0 < k < 1 \text{ のとき} & 4 \text{ 個} \end{cases}$

2

(1)　4 通り　　(2)　7 通り　　(3)　14 通り

3

(1)　$\dfrac{1}{m}$

(2)　$1 - c_n$

(3)　$c_n = \dfrac{m-1}{m}\left(\dfrac{m-2}{m}\right)^{n-1}$

(4)　$\dfrac{m+1}{m-1}$

4

(1)　$\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$

(2)　$V = \dfrac{\pi}{3} - \dfrac{9\sqrt{3}}{20}$

(3)　$\pi - V$

(4)　V

2025年度 関西医科大学（後期）

医学部 （略解）

証明，図示などは省略

1

(1) 126 通り (2) 11 通り (3) 6 通り (4) $\dfrac{3}{4} \leqq x+y \leqq \dfrac{7}{4}$

2

(1) $-2<a<2$ (2) $-a-2$ (3) $a-2$

(4) $0<(1-\alpha^2)(1-\beta^2)(1-\gamma^2) \leqq 4$

3

(1) $b_{n+1}=\dfrac{n+2}{n}b_n$ (2) $b_n=\dfrac{1}{2}n(n+1)$ (3) $a_n=\dfrac{1}{6}n^3-\dfrac{1}{6}n+1$

4

(1) 証明は省略 (2) $\mathrm{DN}=\dfrac{2}{3}(1+\cos\theta)$

(3) 図示は省略 (4) 証明は省略